

Titre: Simulation de mouvement du rachis avec ajustement continu
suivant des courbes expérimentales de comportement force-
déplacement
Title:

Auteur: Anne Cabral
Author:

Date: 2009

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Cabral, A. (2009). Simulation de mouvement du rachis avec ajustement continu
suivant des courbes expérimentales de comportement force-déplacement
Citation: [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
<https://publications.polymtl.ca/8423/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie:
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/8423/>

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION DE MOUVEMENTS DU RACHIS AVEC AJUSTEMENT CONTINU SUIVANT DES
COURBES EXPÉRIMENTALES DE COMPORTEMENT FORCE-DÉPLACEMENT

ANNE CABRAL

INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)

FÉVRIER 2009



Library and Archives
Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-53895-1
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-53895-1

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATION DE MOUVEMENTS DU RACHIS AVEC AJUSTEMENT CONTINU SUIVANT DES
COURBES EXPÉRIMENTALES DE COMPORTEMENT FORCE-DÉPLACEMENT

présenté par: CABRAL Anne

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Mme CHERIET Farida, Ph.D., ing., présidente

M. AUBIN Carl-Éric, Ph.D., ing., membre et directeur de recherche

M. LABELLE Hubert, M.D., membre et codirecteur de recherche

M. PARENT Stefan, M.D., Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. PETIT Yvan, Ph.D., ing., membre

À Éric.

À Jessica.

Aux deux petits agités.

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mes directeurs Carl-Éric Aubin, Hubert Labelle et Stefan Parent pour m'avoir accueillie dans leur groupe de recherche et m'avoir permis de réaliser ce projet.

J'aimerais aussi remercier les étudiants et associés de recherche des laboratoires LIS3D et LIV4D pour leur support et leur compagnie créant une atmosphère de travail amical et agréable. Plus particulièrement Anne-Marie Huynh, Kajsa Duke, Geneviève Desroches, Eliane Schmid, Fanny Canet, Vivien Lamy, Eric Wagnac, Younes Majdouline, Hui Lin, Mélissa Côté, Claudia Chevretils, Luc Duong, Marie Beauséjour, Alexandre Boivin, Nathalie Bourassa et Eltha Parfait. Je voudrais spécialement remercier Julien Clin et Pierre-Luc Sylvestre pour leur immense patience lors de mes nombreux interrogatoires et Christian Bellefleur et Julie Joncas pour leur aide technique. Également, Marie-Ève Lamarre et Philippe Labelle pour m'avoir fourni les patients et les reconstructions 3D essentiels à ce projet. Aussi, un merci à Isabelle Villemure pour ses encouragements et sa bonne humeur contagieuse et à Archana Sangole pour son aide et son support.

Je voudrais aussi souligner le travail de Jeannette Hernandez, Pauline Barrette et Francine Cournoyer pour leur aide lors des nombreuses procédures administratives. En particulier, Nathalie Jourdain pour m'avoir permis de passer un beau congé de maternité sans tracas financier.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Farida Cheriet pour son support moral, ses encouragements et d'avoir cru en mes capacités et en mes idées différentes dès le début de mon aventure.

Je souhaite aussi remercier le personnel du CNRC-IMI pour m'avoir offert la possibilité de terminer mon mémoire au sein de leur équipe.

Un merci particulier à ma famille et belle-famille pour leur confiance, leur soutien et surtout leur grande disponibilité peu importe le moment et mes courts délais d'avertissement lors de mes conflits dans ma gestion famille-étude. Je voudrais aussi souligner le soutien et l'amitié inconditionnelle de mon amie d'enfance Manon Picher qui est toujours là pour me soutenir malgré de longues périodes sans contact.

Finalement, j'aimerais spécialement offrir un immense remerciement aux personnes qui me sont les plus chers, Éric et Jessica sans qui j'aurais manqué de courage et d'énergie pour terminer ce périple.

Ce projet a été financé en partie par MENTOR, programme de formation des Instituts de Recherche en Santé du Canada (IRSC) sur les troubles de la mobilité et de la posture et la Fondation de l'hôpital Sainte-Justine de Montréal.

RÉSUMÉ

Lors de l'élaboration d'une stratégie opératoire pour le traitement de la scoliose idiopathique adolescente, la flexibilité du rachis est évaluée à l'aide de tests de flexibilité afin de déterminer la réductibilité des courbes du rachis ainsi que les niveaux à instrumenter. Cependant, les tests conventionnels n'évaluent pas la flexibilité réelle du rachis puisqu'ils ne considèrent pas les forces nécessaires à l'obtention de la modification de la courbure du rachis.

Aussi, la flexibilité calculée lors de la personnalisation des propriétés mécaniques de modèles biomécaniques du rachis scoliotique diffère puisque les méthodes de personnalisation utilisées sont généralement élaborées en fonction de la modélisation employée. Ainsi, la comparaison entre les résultats des simulations des différents modèles devient alors difficile puisque ceux-ci sont influencés par la flexibilité calculée.

Ce projet consiste donc à créer un simulateur d'inflexion latérale interactif de patients scoliotiques à l'aide de courbes expérimentales de comportement force-déplacement afin de découpler le processus de personnalisation des modèles biomécaniques de la modélisation utilisée. Celui-ci est basé sur l'hypothèse selon laquelle la simulation d'un test d'inflexion latérale maximale d'un patient scoliotique peut prédire le déplacement de la colonne vertébrale lorsque le modèle inclut directement le comportement du rachis provenant des courbes expérimentales. L'objectif secondaire est d'évaluer la précision

du système en effectuant des simulations d'inflexion latérale maximale sur un ensemble de patients scoliotiques.

Pour réaliser ces objectifs, une reconstruction 3D personnalisée du rachis (T1 à L5) du patient est d'abord réalisée à partir d'images radiographiques biplanaires. La position 2D des centroïdes des vertèbres et les angles de Cobb au repos et lors de l'inflexion latérale maximale droite et gauche sont aussi mesurés directement sur les radiographies. Cette information permet de mesurer la précision du système lors de la simulation du test d'inflexion latérale.

Ensuite, le simulateur utilise ces reconstructions 3D personnalisées du rachis en spécifiant une contrainte sphérique entre chaque vertèbre. À l'aide des courbes expérimentales, trois couples de réponse des éléments intervertébraux sont appliqués sur chaque vertèbre d'une unité fonctionnelle et sont déterminés selon l'angle entre les corps vertébraux de façon continue tout le long de la simulation. Les positions radiographiques des patients en inflexion latérale maximale sont reproduites en appliquant graduellement un moment sur la vertèbre T1 et en fixant L5 pour tous les degrés de liberté. Puis, l'erreur de simulation et les couples nécessaires à la reproduction du test d'inflexion latérale sont déterminés.

Ce projet a permis d'expérimenter un système de simulation interactif par corps rigides favorisant l'interactivité au prix de la précision. Ce compromis est réalisé en posant l'hypothèse simplificatrice principale selon laquelle l'effet d'une liaison cinématique est très localisé pour des pas de temps petits. Son effet peut alors être calculé sans

considérer les autres liaisons à l'intérieur du système permettant ainsi de réduire la complexité de la résolution du système de contraintes.

Les simulations ont permis de reproduire plus de 94% du déplacement du rachis produit lors du test d'inflexion latérale maximale pour les 10 patients scoliotiques. L'erreur moyenne sur la position des vertèbres est de $5\text{mm} \pm 3\text{mm}$ et la variation de l'angle de Cobb est de $5^\circ \pm 3^\circ$. Ces valeurs ont été obtenues pour 95% des cas. Il a également été possible d'évaluer les couples nécessaires à la reproduction de l'inflexion latérale des patients, variant de 2.8Nm à 17.5Nm. De plus, toutes les simulations ont été réalisées en temps réel.

Ces résultats permettent de confirmer l'hypothèse et démontrent la faisabilité de simuler les tests d'inflexion latérale maximale de patients scoliotiques de manière interactive à l'aide d'un modèle simplifié du rachis. Ainsi, ce simulateur permet de découpler le processus de personnalisation des modèles biomécaniques de la modélisation utilisée.

La méthode de simulation employée dans le cadre de ce projet est un premier pas dans l'élaboration de systèmes temps réel. Et puisqu'un tel système semble être mieux adapté au milieu clinique en raison de son temps d'exécution, il offre ainsi plus d'opportunités d'être utilisé.

ABSTRACT

In adolescent idiopathic scoliosis, surgical treatment strategy is determined from flexibility tests (e.g. lateral bending, traction, suspension...). These tests evaluate the reduction in spine curvature and are also used to identify the levels to be instrumented. However, conventional tests do not assess the real spine flexibility since they do not consider forces needed to modify the spine's curvature.

Personalization methods used in current biomechanical models generally determine flexibility in a manner that is dependent on the modelling technique used. Thus, the flexibility calculated from this personalization process is normally not the same. Since the simulation results are influenced by the calculated flexibility, an attempt to compare the results obtained from different models will be misleading.

The goal of this project was to create an interactive side-bending test simulator of scoliotic spine where the personalization process is not influenced by the modelling technique used. This simulator used force-displacement behavioural curves deduced from experiments. It was hypothesized that the maximum side-bending test simulation of a scoliosis patient can predict the movement of the spine when the model includes direct spinal behaviour from experimental curves. The secondary objective was to evaluate the system accuracy by performing maximum side-bending simulations on a set of scoliosis patients.

To achieve these objectives, a personalized 3D spine reconstruction (T1-L5) of the patient was created from biplanar x-ray images. Then, the spine midline and Cobb angles in the upright posture and at maximum right and left side-bending were measured directly on radiographs. This information was used to measure the system accuracy during side-bending test simulations.

The simulator used these personalized 3D spine reconstructions by specifying a spherical joint constraint between each vertebra. Using the experimental force-displacement curves, three torques were applied to each vertebra in a functional unit. These torques were determined throughout the simulation by the angle between the vertebral bodies. The spine shape in maximum side-bending taken from the radiographs was reproduced by gradually applying a torque on T1 vertebra and by fixing all degrees of freedom of L5. The resulting torque was the one that gives the lowest error between the simulated spine displacement and the real values obtained from lateral bending test.

This project also experimented an interactive rigid body simulation system in which each joint was treated locally thus reducing the solving complexity of the constraint system. This approach was based on the assumption that the joint effect is localized for small time steps and thus its effect can be calculated without considering other joints within the system.

The simulations were able to reproduce more than 94% of the spinal displacement produced during the side-bending test for the 10 scoliosis patients. The average error on the position of the vertebrae was $5\text{mm} \pm 3\text{mm}$ and the variation of the Cobb angle was

$5^{\circ} \pm 3^{\circ}$. These values were obtained for 95% of cases. It was also possible to assess the torques needed to reproduce the side-bending test, ranging from 2.8Nm to 17.5Nm. In addition, all simulations were carried out in real time. These results confirm the hypothesis and demonstrate the feasibility of simulating maximum side-bending test in an interactive way with a simplified spine model.

The simulation method used in this project is a first step in developing real-time systems that are more adapted to the clinical environment. And because of its execution time, it offers more opportunities to be used.

TABLE DES MATIÈRES

Dédicace	iv
Remerciements	v
Résumé	vii
Abstract	x
Table des matières	xiii
Liste des tableaux	xvi
Liste des figures.....	xix
Liste des annexes.....	xxiii
Introduction	1
Chapitre 1 - Revue des connaissances.....	4
1.1 Le rachis	4
1.2 La scoliose.....	8
1.3 Évaluation des déformations	10
1.4 Biomécanique du rachis	13
1.5 Tests de flexibilité	23
1.5.1 Inflexion latérale volontaire	23
1.5.2 Inflexion latérale avec point d'appui.....	24
1.5.3 Décubitus dorsal	25
1.5.4 Traction en décubitus dorsal.....	26
1.5.5 Traction en décubitus dorsal sous anesthésie	27

1.5.6	Suspension.....	27
1.5.7	Hyperextension en décubitus dorsal.....	29
1.5.8	Poussées latérales en décubitus ventral	31
1.6	Modélisation biomécanique numérique	32
1.6.1	Modélisation des mouvements du rachis.....	38
1.6.2	Personnalisation.....	42
1.6.3	Autre environnement de simulation	44
Chapitre 2 - Problématique et objectifs		47
Chapitre 3 - Matériels et méthodes.....		49
3.1	Reconstruction 3D du rachis	49
3.2	Modélisation du rachis	54
3.3	Simulateur	59
3.4	Courbes expérimentales de comportement force-déplacement.....	64
3.5	Validation du simulateur	66
Chapitre 4 - Résultats		69
4.1	Résultats par patient	69
4.2	Résultats par vertèbre	72
4.3	Angles de Cobb	73
4.4	Couples.....	75
4.5	Erreur et pas de simulation.....	76
4.6	Performance, erreur et nombre de contraintes.....	77
4.7	Amortissement et inertie	79

4.8 Paramètres de simulation.....	81
Chapitre 5 - Analyse et discussion	83
Conclusions et recommandations.....	95
Références	98
Sources consultées pour les figures.....	106
Annexes.....	111

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1 Avantages et inconvénients du test d'inflexion latérale volontaire.....	23
Tableau 1-2 Avantages et inconvénients du test d'inflexion latérale avec point d'appui	25
Tableau 1-3 Avantages et inconvénients du test en décubitus dorsal	26
Tableau 1-4 Avantages et inconvénients du test de traction en décubitus dorsal	26
Tableau 1-5 Avantages et inconvénients du test de traction en décubitus dorsal sous anesthésie.....	27
Tableau 1-6 Avantages et inconvénients du test en suspension	29
Tableau 1-7 Avantages et inconvénients du test en hyperextension en décubitus dorsal	31
Tableau 1-8 Avantages et inconvénients du test de poussées latérales en décubitus ventral	32
Tableau 4-1 Erreur de simulation par patient	70
Tableau 4-2 Erreur de simulation par niveau vertébral	72
Tableau 4-3 Variation de l'angle de Cobb par patient	74
Tableau 4-4 Couples appliqués sur T1 reproduisant les inflexions latérales maximales	76
Tableau 4-5 Paramètres de simulation	81
Tableau A-1 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 1	111
Tableau A-2 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 1	112
Tableau A-3 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 1	113
Tableau A-4 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 2	115
Tableau A-5 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 2.....	116

Tableau A-6 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 2	117
Tableau A-7 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 3	119
Tableau A-8 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 3	120
Tableau A-9 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 3	121
Tableau A-10 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 4	123
Tableau A-11 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 4	124
Tableau A-12 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 4	125
Tableau A-13 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 5	127
Tableau A-14 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 5	128
Tableau A-15 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 5	129
Tableau A-16 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 6	131
Tableau A-17 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 6	132
Tableau A-18 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 6	133
Tableau A-19 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 7	135
Tableau A-20 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 7	136
Tableau A-21 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 7	137
Tableau A-22 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 8	139
Tableau A-23 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 8	140
Tableau A-24 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 8	141
Tableau A-25 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 9	143
Tableau A-26 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 9	144
Tableau A-27 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 9	145

Tableau A-28 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 10	147
Tableau A-29 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 10.....	148
Tableau A-30 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 10.....	149

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 Anatomie du rachis	5
Figure 1-2 Anatomie de la vertèbre.....	6
Figure 1-3 Anatomie de l'unité fonctionnelle	7
Figure 1-4 Anatomie du disque intervertébral	8
Figure 1-5 Déformations scoliotiques	9
Figure 1-6 Instrumentation de la scoliose	10
Figure 1-7 Formes de scolioses communes.....	11
Figure 1-8 Angles de Cobb et de Ferguson.....	12
Figure 1-9 Calcul de la rotation vertébrale.....	13
Figure 1-10 Plans de référence	14
Figure 1-11 Systèmes de référence vertébral (a) global (b) spinal (c) et régional (d).....	15
Figure 1-12 Orientation des facettes articulaires.....	16
Figure 1-13 Courbe force-déplacement typique des ligaments.....	17
Figure 1-14 Forces et moments appliqués expérimentalement.....	18
Figure 1-15 Caractérisation des courbes charge-déformation.....	19
Figure 1-16 Montage expérimental	20
Figure 1-17 Effet du fluage d'une unité fonctionnelle thoracique	21
Figure 1-18 Montage expérimental	22
Figure 1-19 Inflexion latérale avec point d'appui	24
Figure 1-20 Test de flexibilité en suspension.....	28

Figure 1-21 Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal - Structure archée	30
Figure 1-22 Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal	30
Figure 1-23 Modèle par éléments finis détaillés	34
Figure 1-24 Modèles par éléments finis filaires	35
Figure 1-25 Modèle par éléments finis hybride	36
Figure 1-26 Modèle par multi-corps flexibles.....	37
Figure 1-27 Interface OpenSim	45
Figure 3-1 Marqueurs utilisés pour la détermination de l'orientation de la vertèbre.....	52
Figure 3-2 Détermination de la projection du centroïde du corps vertébral.....	53
Figure 3-3 Centre de rotation thoracique	55
Figure 3-4 Centre de rotation lombaire	56
Figure 3-5 Désalignement des contraintes positionnelles	57
Figure 3-6 Contrainte sphérique.....	58
Figure 4-1 Courbes rachidiennes du patient 5	71
Figure 4-2 Courbes rachidiennes du patient 7	71
Figure 4-3 Erreur de simulation par niveau vertébral (1 = T1, 17 = T5)	73
Figure 4-4 Impact du pas de temps sur l'erreur moyenne	77
Figure 4-5 Impact de WSF sur la performance	78
Figure 4-6 Impact de WSF sur l'erreur moyenne.....	79
Figure 4-7 Réponse en fréquence selon l'amortissement.....	80
Figure 4-8 Réponse en fréquence selon l'inertie.....	81

Figure 5-1 Erreur de positionnement (ratio) selon le niveau vertébral (1 = T1, 17 = T5)	84
Figure 5-2 Courbes rachidiennes avec mouvement de torsion du patient	85
Figure 5-3 Mauvaise orientation de L1 pour le patient 5	88
Figure 5-4 Mauvaise orientation de T2 et T6-T7 pour le patient 9	88
Figure 5-5 Contacts au repos	93
Figure A-1 Courbes rachidiennes du patient 1	114
Figure A-2 Courbes rachidiennes du patient 2	118
Figure A-3 Courbes rachidiennes du patient 3	122
Figure A-4 Courbes rachidiennes du patient 4	126
Figure A-5 Courbes rachidiennes du patient 5	130
Figure A-6 Courbes rachidiennes du patient 6	134
Figure A-7 Courbes rachidiennes du patient 7	138
Figure A-8 Courbes rachidiennes du patient 8	142
Figure A-9 Courbes rachidiennes du patient 9	146
Figure A-10 Courbes rachidiennes du patient 10	150
Figure B-1 Courbe expérimentale en flexion-extension T1 à T11	151
Figure B-2 Courbe expérimentale en flexion-extension T11-T12	152
Figure B-3 Courbe expérimentale en flexion-extension T12-L1	152
Figure B-4 Courbe expérimentale en flexion-extension L1-L2	153
Figure B-5 Courbe expérimentale en flexion-extension L2-L3	153
Figure B-6 Courbe expérimentale en flexion-extension L3-L4	154

Figure B-7 Courbe expérimentale en flexion-extension L4-L5	154
Figure B-8 Courbe expérimentale en inflexion latérale T1-T11	155
Figure B-9 Courbe expérimentale en inflexion latérale T11-T12	156
Figure B-10 Courbe expérimentale en inflexion latérale T12-L1	156
Figure B-11 Courbe expérimentale en inflexion latérale L1-L2	157
Figure B-12 Courbe expérimentale en inflexion latérale L2-L3	157
Figure B-13 Courbe expérimentale en inflexion latérale L3-L4	157
Figure B-14 Courbe expérimentale en inflexion latérale L4-L5	158
Figure B-15 Courbe expérimentale en torsion T1-T11	159
Figure B-16 Courbe expérimentale en torsion T11-T12	159
Figure B-17 Courbe expérimentale en torsion T12-L1	159
Figure B-18 Courbe expérimentale en torsion L1-L2	160
Figure B-19 Courbe expérimentale en torsion L2-L3	160
Figure B-20 Courbe expérimentale en torsion L3-L4	161
Figure B-21 Courbe expérimentale en torsion L4-L5	161

LISTE DES ANNEXES

Annexe A - Résultats complets	111
A.1 Patient 1	111
A.2 Patient 2	115
A.3 Patient 3	119
A.4 Patient 4	123
A.5 Patient 5	127
A.6 Patient 6	131
A.7 Patient 7	135
A.8 Patient 8	139
A.9 Patient 9	143
A.10 Patient 10	147
Annexe B - Courbes expérimentales modifiées	151
B.1 Flexion-Extension	151
B.2 Inflexion latérale.....	155
B.3 Torsion.....	158

INTRODUCTION

La scoliose idiopathique adolescente est une maladie du système musculo-squelettique générant des déformations tridimensionnelles du tronc. Il s'agit d'une déviation de la colonne vertébrale combinée à une torsion et à une déformation asymétrique des vertèbres, de la cage thoracique et du bassin [1]. Cette maladie atteint de 2 à 3% de la population générale et affecte principalement la population féminine durant la poussée de croissance pubertaire. Environ 10% de ces cas nécessitent un traitement via le port d'un corset orthopédique ou dans les cas plus sévères (1% des cas), par une chirurgie corrective [2].

La flexibilité du rachis est un paramètre important lors de la détermination d'une stratégie opératoire par le chirurgien orthopédiste. Bien qu'il n'existe pas de méthode standardisée pour l'évaluer, les tests de flexibilité (e.g. inflexion latérale, traction, suspension...) réalisés de façon préopératoire sont le plus souvent utilisés afin de permettre l'évaluation de la réductibilité des courbes du rachis ainsi que des niveaux à instrumenter [3]. Actuellement, le test d'inflexion latérale maximale en décubitus dorsal est considéré comme la référence [4, 5]. Il consiste à demander au patient d'effectuer une inflexion latérale maximale vers la gauche et vers la droite.

La flexibilité est définie par la relation entre les forces appliquées et les déplacements produits. Puisque les tests de flexibilité conventionnels ne considèrent pas les forces nécessaires à l'obtention d'une certaine modification de la courbure du rachis, ils

n'évaluent pas la flexibilité réelle du rachis mais la réductibilité des courbes. Deux seuls tests présentement en développement (suspension et hyperextension du patient) [6, 7] tiennent compte de ces forces et proposent d'évaluer la flexibilité réelle du rachis.

De plus, plusieurs modèles biomécaniques du rachis effectuent la personnalisation de la rigidité de la colonne vertébrale en fonction du patient [8-13]. Différentes méthodes de personnalisation sont utilisées et sont généralement élaborées en fonction de la modélisation employée. Ainsi, la valeur de flexibilité du rachis obtenue pour chaque patient peut différer entre les modèles. Il est alors difficile d'effectuer une comparaison entre les résultats des simulations des différents modèles puisque ceux-ci sont influencés par la flexibilité calculée.

Ce projet propose donc la mise au point d'un simulateur permettant de découpler le processus de personnalisation des modèles biomécaniques de la modélisation utilisée. Ce simulateur est aussi spécifiquement conçu pour déterminer les couples nécessaires à la reproduction du test de flexibilité de référence utilisé en clinique i.e. test d'inflexion latérale maximale.

Les objectifs de ce projet sont donc de créer un simulateur d'inflexion latérale interactif à l'aide de courbes expérimentales de comportement force-déplacement et d'effectuer les simulations d'inflexion latérale maximale sur un ensemble de patients scoliotiques afin d'évaluer la précision du système.

Ce document débute donc par une revue des connaissances nécessaires à la compréhension et à la définition du cadre de ce projet ainsi que des différents modèles biomécaniques pertinents présents dans la littérature. Le second chapitre couvre les matériels et méthodes employés pour l'élaboration du simulateur ainsi que pour sa validation. Les deux chapitres suivants présentent les résultats et leur analyse avant de conclure en effectuant des recommandations sur de futurs développements.

CHAPITRE 1 - REVUE DES CONNAISSANCES

Ce chapitre introduit quelques notions de base sur l'anatomie du rachis ainsi que sur la scoliose idiopathique adolescente. Ensuite, la biomécanique du rachis et le comportement intervertébral sont présentés suivi d'un bref exposé des différentes modélisations biomécaniques pertinentes à ce projet.

1.1 Le rachis

Le rachis (figure 1-1) est composé de 33 à 35 vertèbres regroupées en 4 segments correspondant aux courbures naturelles présentes dans le plan latéral. Il y a 7 vertèbres cervicales (C1 à C7), 12 vertèbres thoraciques (T1 à T12) auxquelles sont reliées les côtes, 5 vertèbres lombaires (L1 à L5) et le segment pelvien constitué de 5 vertèbres sacrées soudées (S1 à S5) et de 3 à 5 vertèbres coccygiennes aussi soudées.

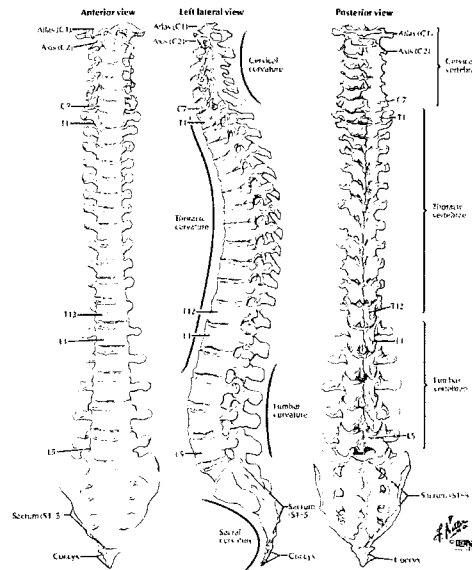


Figure 1-1 Anatomie du rachis

Reproduite avec permission. Source : http://www.backpain-guide.com/Chapter_Fig_folders/Ch05_Anatomy_Folder/Ch5_Images/05-4_Overall_Spine.jpg

Les courbures concaves (cyphoses) des segments thoracique et pelvien sont dites principales puisqu'elles sont présentes avant la naissance alors que les légères courbures convexes (lordoses) des segments cervical et lombaire sont dites compensatoires ou secondaires puisqu'elles sont normalement développées dans les premiers mois de la vie de l'enfant [75].

À l'exception du segment pelvien, chaque vertèbre est constituée d'un corps vertébral qui, adossé à l'arc neural, forme le canal rachidien qui contient et protège la moelle épinière (figure 1-2). L'arc neural est formé par 2 pédicules, 2 lames vertébrales, une apophyse épineuse, 2 apophyses transverses et 4 apophyses articulaires.

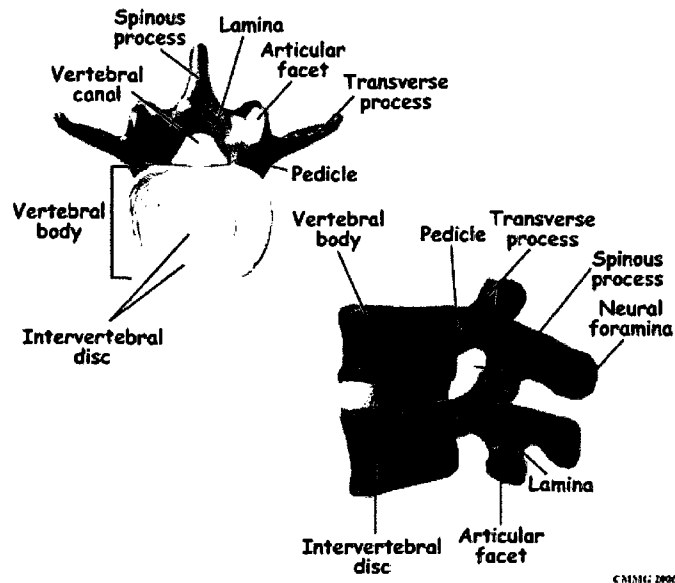


Figure 1-2 Anatomie de la vertèbre

Reproduite avec permission. Source : eOrthopod

(www.eorthopod.com/images/ContentImages/pm/pm_general_radiofreq_ablation/rf_spine_anatomy_02.jpg et
www.eorthopod.com/images/ContentImages/pm/pm_general_radiofreq_ablation/rf_spine_anatomy_03.jpg) fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group
 (www.medicalmultimedigroup.com)

Les apophyses (facettes) articulaires sont les points pivots de l'articulation alors que les autres apophyses sont des bras de leviers pour les différents muscles et ligaments. Bien que la physionomie des vertèbres T1 à L5 soit similaire, leur taille et leur masse augmentent graduellement à chaque niveau vertébral pour répondre à l'augmentation de charge relié à la masse corporelle à supporter [14].

L'unité fonctionnelle (figure 1-3) représente l'articulation du rachis. Elle est formée d'une paire de vertèbres consécutives séparées par un disque intervertébral situé entre les parties supérieures et inférieures du corps vertébral qui forment les plateaux vertébraux. Elle comprend les ligaments intra segmentaires (inter transverse, inter épineux, inter apophysaire et jaune) qui joignent les vertèbres entre elles ainsi que les

ligaments inter segmentaires (longitudinal antérieur, longitudinal postérieur, supra épineux) qui joignent plusieurs vertèbres entre elles. Les ligaments sont composés d'une grande quantité de fibres élastiques et représentent le tissu le plus purement élastique du corps humain.

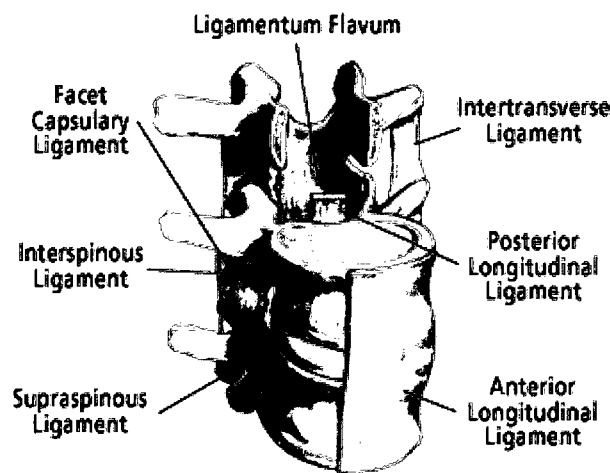


Figure 1-3 Anatomie de l'unité fonctionnelle

Reproduite avec permission. Source : <http://www.sandiego-spine.com/photos/ligaments.gif>

À eux seuls, les disques intervertébraux contribuent de 20% à 33% à la hauteur totale de la colonne vertébrale. Ils représentent à la fois un amortisseur et une liaison flexible qui permet le mouvement entre les vertèbres. Leur épaisseur varie de 5 à 6 mm au niveau cervical, de 3 à 4 mm au niveau thoracique et de 10 à 15 mm au niveau lombaire. Le disque intervertébral (figure 1-4) est composé de couches fibreuses concentriques laminées formant l'annulus fibrosus, du nucleus pulposus (contenant de 70% à 90% d'eau) qui occupe la région centrale ainsi que de plaques cartilagineuses qui séparent les autres composantes des plateaux vertébraux.

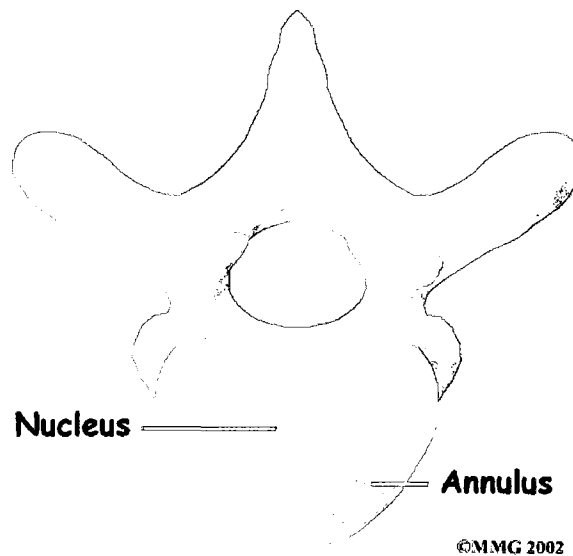


Figure 1-4 Anatomie du disque intervertébral

Reproduite avec permission. Source : eOrthopod

(http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/spine/spine_thoracic/anatomy/thoracic_spine_anatomy10.jpg) fournie par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedigroup.com)

Le disque est une matrice de fibres de collagène supportée par des protéoglycanes. Alors que le collagène résiste aux forces en tension, les charges en compression sont transmises par les protéoglycanes via leur capacité à réguler et distribuer la pression hydraulique dans toutes les directions.

1.2 La scoliose

La scoliose est une maladie du système musculo-squelettique générant des déformations anormales (figure 1-5) du rachis, du bassin et de la cage thoracique. Elle peut être congénitale, idiopathique ou induite par une autre condition. La forme idiopathique est la plus commune (plus de 80% des cas) et atteint 2 à 3 % de la population. La prévalence en fonction du sexe est généralement égale pour les scolioses de moins de 10 degrés

mais est 5 fois plus importante chez les filles dans les cas plus sévères i.e. plus de 20 degrés. Environ 10% des cas nécessitent le port d'un corset orthopédique alors que 1% requièrent une intervention chirurgicale corrective [2].

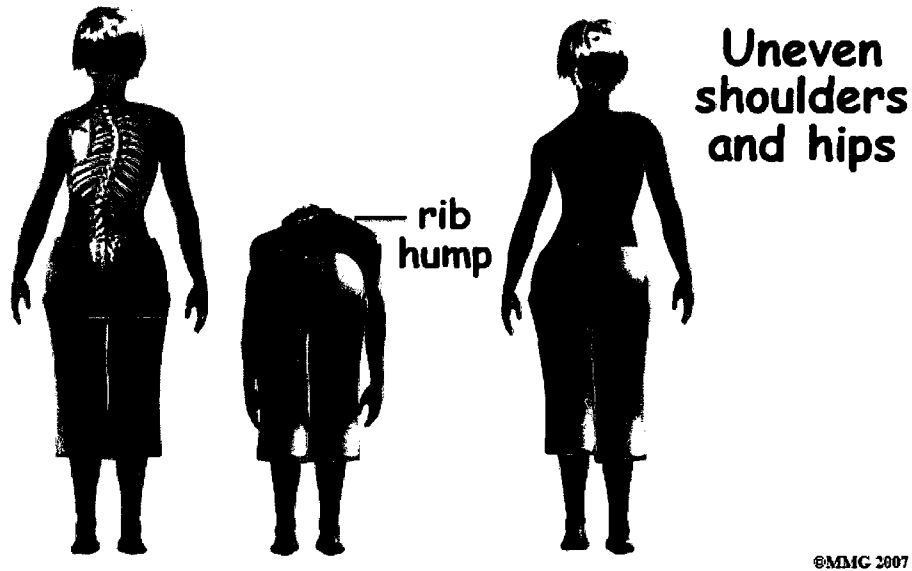


Figure 1-5 Déformations scoliotiques

Reproduite avec permission. Source : eOrthopod
<http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child spine scoliosis/child scoliosis intro01.jpg> et
<http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child spine scoliosis/child scoliosis symptom01.jpg> fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group
www.medicalmultimedigroup.com

L'objectif de la chirurgie est de corriger la déformation et de maintenir cette correction afin de permettre une arthrodèse (fusion) entre les vertèbres [15]. La morphologie des vertèbres offre 2 sites d'implantation : les corps vertébraux (approche antérieure) ou les lames et pédicules (approche postérieure). Bien que l'approche antérieure minimalement invasive soit possible, l'approche postérieure est la plus commune. Les éléments postérieurs de certaines vertèbres sont d'abord retirés (ostéotomie) afin d'augmenter l'amplitude de mouvement nécessaire à l'obtention de la correction voulue. Ensuite, la

position corrigée du rachis est maintenue par des tiges fixées aux vertèbres à l'aide d'implants (figure 1-6). Dans la majorité des cas, cette limitation au mouvement est appliquée afin de permettre l'arthrodèse complète des différents niveaux vertébraux instrumentés.

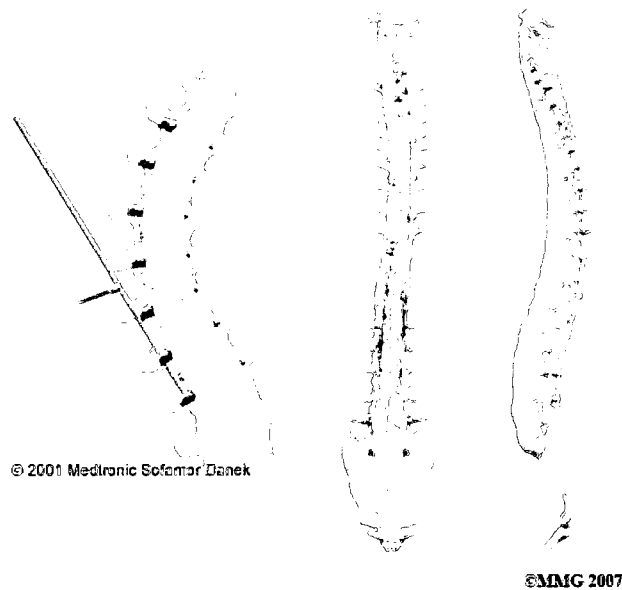


Figure 1-6 Instrumentation de la scoliose

Reproduite avec permission. Source : eOrthopod

(http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_surgery01.jpg) fournie par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedigroup.com)

1.3 Évaluation des déformations

Il existe plusieurs systèmes de classification [16-18] permettant de catégoriser les déformations scoliotiques. Les types de déformations les plus communes sont la scoliose thoracique droite (et rarement gauche), la scoliose double thoracique droite et lombaire gauche (figure 1-7) ainsi que les scolioses simples thoraco-lombaire globale ou lombaire (gauche ou droite).

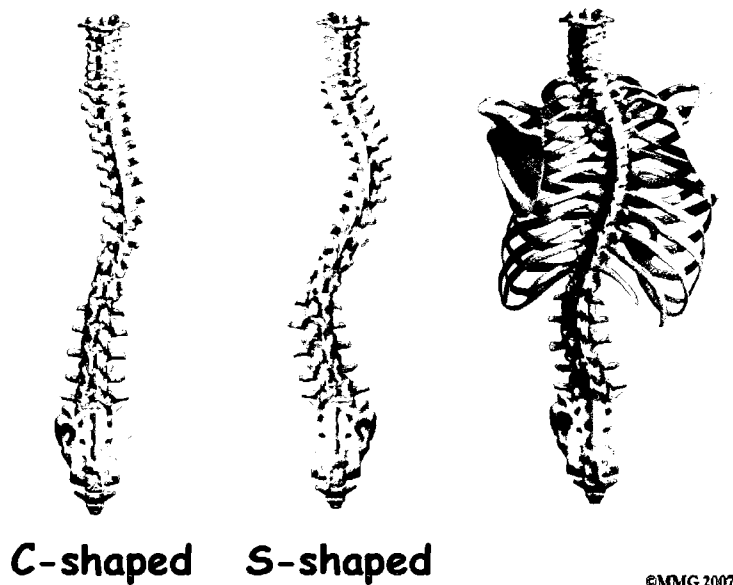


Figure 1-7 Formes de scolioses communes

Reproduite avec permission. Source : eOrthopod

(<http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child spine scoliosis/child scoliosis cause01.jpg>,

<http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child spine scoliosis/child scoliosis cause02.jpg> et

<http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child spine scoliosis/child scoliosis cause03.jpg>) fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedialogroup.com)

Plusieurs métriques sont utilisées pour quantifier la gravité des déformations de la courbure du rachis. La plus couramment répandue est l'angle de Cobb. Pour le calculer, il faut identifier la vertèbre à l'apex de la courbe ainsi que les 2 vertèbres (inférieure et supérieure à l'apex) ayant l'inclinaison la plus prononcée par rapport à l'horizontale. On peut alors mesurer l'angle formé entre le plateau inférieur de la vertèbre limite inférieure et le plateau supérieur de la vertèbre limite supérieure représentant l'angle de Cobb tel que montré à la figure 1-8. Lors de l'évaluation d'un patient, cette mesure est normalement réalisée sur une radiographie postéro-antérieure et latérale prise en position naturelle debout. Dans le plan frontal, elle permet de mesurer la courbure frontale et dans le plan latéral, la lordose et la cyphose. Dans un modèle tridimensionnel, le plan de

projection pour lequel la mesure de l'angle de Cobb est la plus grande représente le plan de déformation maximale [1].

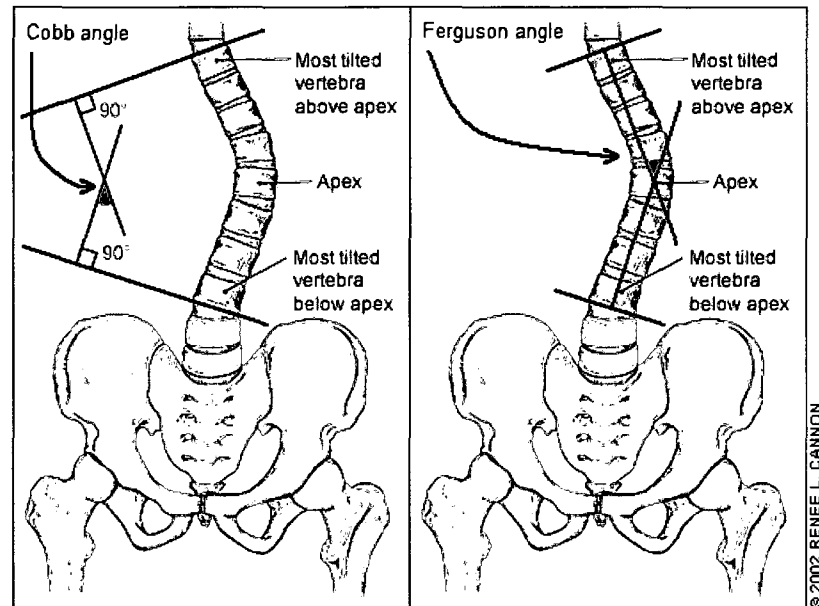


Figure 1-8 Angles de Cobb et de Ferguson

Reproduite avec permission. Source : www.aafp.org/afp/20020501/1817_f2.gif

L'angle de Ferguson est un dérivé de la méthode de Cobb. Pour le mesurer, il suffit de calculer l'angle entre les 2 droites passant par les centroïdes des vertèbres limites supérieure et inférieure et de la vertèbre à l'apex tel que montré à la figure 1-8.

Puisque la rotation vertébrale de la vertèbre apicale est une mesure souvent utilisée pour décrire le degré de torsion du rachis, une technique a été mise au point pour la calculer en l'absence de reconstruction 3D. Elle est fondée sur l'observation indiquant que le rapport dimensionnel (largeur vs profondeur) du corps vertébral à un niveau donné est généralement constant pour tous les patients i.e. le rapport (r) de la distance entre les pédicules (w) et de la distance des pédicules au centre du corps vertébral (d). En utilisant

les ratios déterminés de façon expérimentale et en mesurant la distance projetée (sur le plan frontal) entre les pédicules et le centre du corps vertébral (a et b), on peut calculer la rotation vertébrale en utilisant l'équation 1-1 [19].

$$\tan(\theta) = \left(\frac{a-b}{a+b} \right) \cdot \frac{w}{2d} = \left(\frac{a-b}{a+b} \right) \cdot r \quad (\text{Équation 1-1})$$

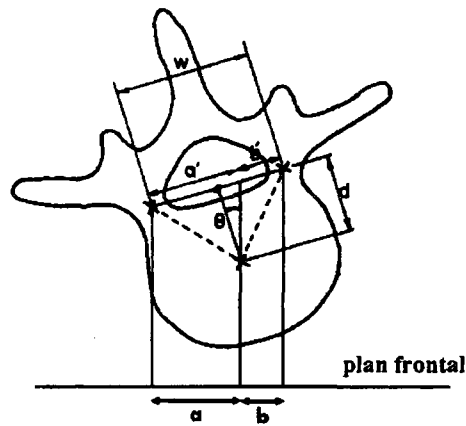


Figure 1-9 Calcul de la rotation vertébrale

Reproduite avec permission. Source : I. A. Stokes, L. C. Bigalow, et M. S. Moreland, "Measurement of axial rotation of vertebrae in scoliosis", Spine, vol. 11, no. 3, pp. 213-8, 1986.

1.4 Biomécanique du rachis

La Scoliosis Research Society (SRS) définit 4 systèmes de référence qui sont généralement employés lors de l'étude de la biomécanique du rachis. Il s'agit du repère global, spinal, régional et vertébral.

Dans tous les cas, l'axe X (axe sagittal) est choisi de façon à produire un système cartésien (orthogonal) main droite avec l'axe Y (axe latéral) et l'axe Z (axe vertical) et définissant 3 plans : le plan frontal/coronal (YZ), le plan sagittal (XZ) et le plan transverse (XY) tel qu'illustré à la figure 1-10.

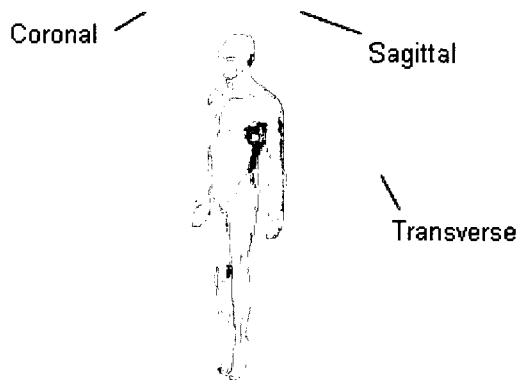


Figure 1-10 Plans de référence

Reproduite avec permission. Source : <http://www.sandiego-spine.com/photos/planes.gif>

L'origine du repère global est située au centre du plateau supérieur de S1. L'axe Z est vertical (gravitationnel) et l'axe Y est parallèle à la droite passant par les épines iliaques antérosupérieures.

Le repère spinal conserve l'origine et l'axe Y du repère global mais transforme l'axe Z pour qu'il soit orienté de façon à croiser le centroïde de T1.

Afin d'étudier une section particulière du rachis, le repère régional est défini en fonction de 2 vertèbres. L'origine est alors placée au centroïde de la première et l'axe Z est choisi de façon à croiser le centroïde de la seconde.

Pour le repère vertébral, l'origine est placée au centroïde de la vertèbre de façon à ce que l'axe Z passe par le centre des plateaux inférieur et supérieur. L'axe Y est défini par la droite passant au centre des pédicules.

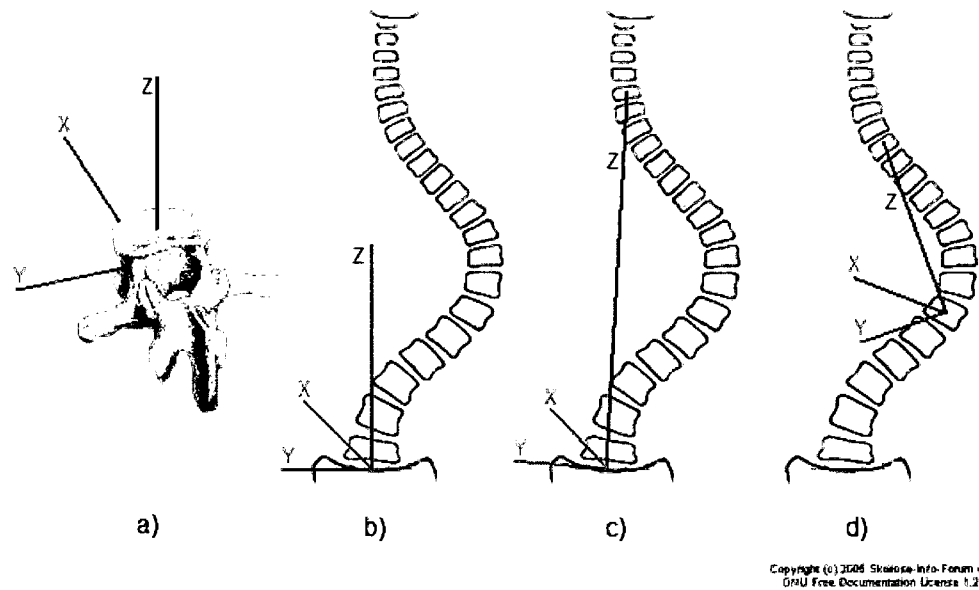


Figure 1-11 Systèmes de référence vertébral (a) global (b) spinal (c) et régional (d)

Reproduite avec permission. Source : www.umm.edu/spinecenter/education/images/vertebra.jpg

Reproduite avec permission. Source : © 2005 Skoliose-Info-Forum.de

Les mouvements (dans le repère vertébral) en flexion et en extension se produisent dans le plan sagittal par rapport à l'axe Y alors que les inflexions latérales se font dans le plan frontal par rapport à l'axe X et que les torsions se font dans le plan transversal par rapport à Z.

Ces mouvements induisent une répartition particulière des forces en compression et en tension à l'intérieur du disque qui déplacent le nucleus pulposus de façon à équilibrer les contraintes entre les corps vertébraux. Plusieurs études [20-22] ont caractérisé ce comportement.

Les facettes articulaires ont un impact important sur l'amplitude du mouvement et leur design (position, forme, orientation et distance interfacettaire) détermine grandement la rigidité en torsion [14, 15]. Plus précisément, l'inclinaison du plan articulaire varie en

fonction de l'étage vertébral et impacte cette rigidité en torsion. Elle débute autour de 45° au niveau cervical, progresse à 60° au niveau thoracique et termine à 90° au niveau lombaire limitant ainsi de façon très significative la torsion possible dans cette région (figure 1-12). À ce niveau, la distance entre les facettes articulaire est alors le facteur principal déterminant la résistance à la torsion [23]. Les côtes ont aussi un impact important sur la mobilité des vertèbres thoraciques de par leur liaison [14].

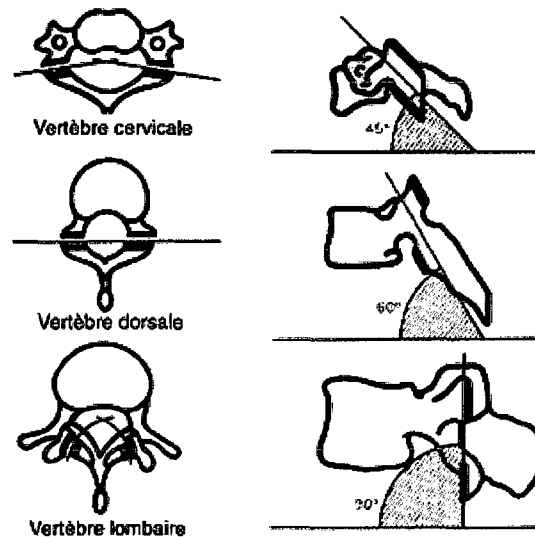


Figure 1-12 Orientation des facettes articulaires

Reproduite avec permission. Source : www.maitrise-orthop.com/corpusmaitri/orthopaedic/mo70_maigne_thoracolumbar/fig2.GIF

Les ligaments offrent une résistance non linéaire (force-déplacement) lorsqu'ils sont sous tension (figure 1-13). L'orientation (dans la direction des fibres) ainsi que leurs points d'attache déterminent donc leur effet sur le mouvement. Lors de la flexion par exemple, le ligament longitudinal antérieur (figure 1-3) est en compression et n'offre alors aucune résistance. En extension, il stabilise le rachis et s'oppose au mouvement.

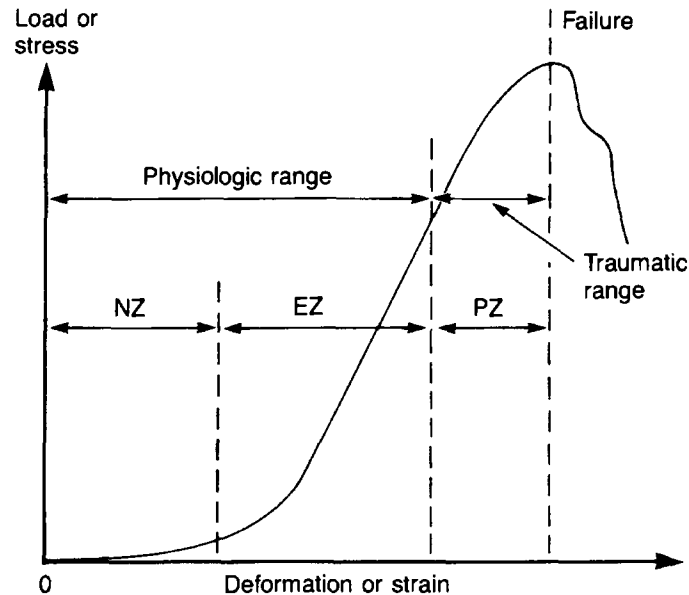


Figure 1-13 Courbe force-déplacement typique des ligaments

Reproduite avec permission. Source : A. A. White et M. M. Panjabi, *Clinical biomechanics of the spine*, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.

Plusieurs études expérimentales sur des spécimens cadavériques ont été réalisées afin de mieux caractériser le comportement du rachis. Celles-ci sont réalisées sur des segments contenant plusieurs vertèbres ou sur des unités fonctionnelles où la contribution des ligaments inter segmentaires est négligée. L'impact individuel des différents éléments intervertébraux a d'ailleurs été mesuré lors d'une étude [24] où le retrait progressif des différents éléments a été effectué.

À l'aide de montages expérimentaux ou commerciaux, le résultat des forces appliquées directement sur les vertèbres peut être mesuré. Les déplacements sont mesurés à l'aide de systèmes mécaniques [25-27], de capteurs électromagnétiques [28] ou optoélectroniques [29]. Des capteurs de pression sont aussi utilisés pour mesurer la pression à l'intérieur du disque [14]. Les efforts quant à eux sont mesurés à l'aide de

cellules de forces à plusieurs degrés de liberté ou de jauges de contrainte et de déformation ou en déterminant les poids et les bras de leviers utilisés.

Les forces et moments (appliquées sur les 6 degrés de liberté) sont normalement limités afin d'éviter d'endommager les spécimens (figure 1-14). Ainsi, le test peut être répété à plusieurs reprises (cycles) pour obtenir des résultats reproductibles. De plus, afin de simuler les conditions physiologiques in vivo du disque, un préchargement est appliqué durant 2 cycles pour minimiser l'effet viscoélastique [30].

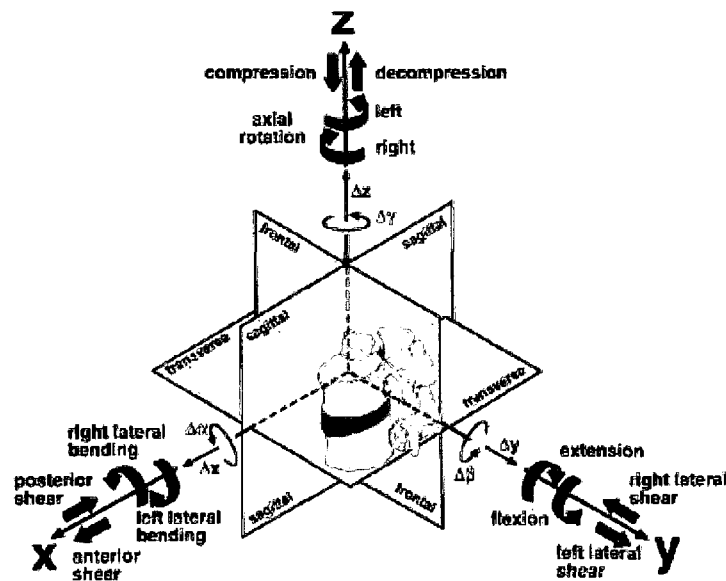


Figure 1-14 Forces et moments appliqués expérimentalement

Reproduite avec permission. Source : H. J. Wilke, K. Wenger, et L. Claes, "Testing criteria for spinal implants: recommendations for the standardization of in vitro stability testing of spinal implants", *Eur Spine J*, vol. 7, no. 2, pp. 148-54, 1998.

Les mesures recueillies lors de ces tests sont normalement représentées à l'aide de courbes charge-déformation (figure 1-15) afin de permettre la caractérisation de plusieurs paramètres biomécaniques. Afin d'uniformiser les conditions pouvant avoir un

ligaments et les parties postérieures des côtes incluant leurs articulations avec les apophyses transverses ont été conservés. L'application des forces et des moments a été réalisée à l'aide de l'ajustement d'un système de poids et de poulies. Des jauges de déplacement ($\pm 0.01\text{mm}$) sont utilisés pour mesurer le mouvement de 3 balles sphériques attachées rigidement à la vertèbre supérieure tel que montré à la figure 1-16. Afin de conserver le spécimen hydraté, l'expérience a été réalisée dans une chambre à haute humidité.

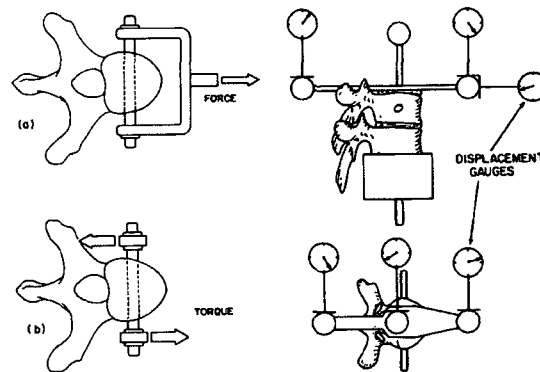


Figure 1-16 Montage expérimental

Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc. Source : M. M. Panjabi, R. A. Brand, et A. A. White, "Mechanical properties of the human thoracic spine as shown by three-dimensional load-displacement curves", J Bone Joint Surg Am, vol. 58, no. 5, pp. 642-652, 1976.

Les forces appliquées sont de 10N à 160N par incréments de 30N alors que les moments utilisent un bras de levier de 10 ou 15 cm et une force allant de 10N à 60N par incréments de 10N. Les déplacements résultants sont mesurés 4 minutes après leur application et constituent 97% de la valeur finale à atteindre (figure 1-17).

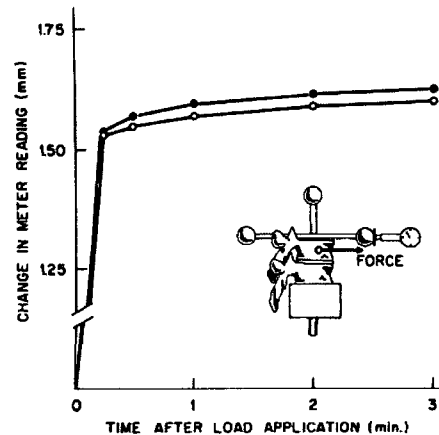


Figure 1-17 Effet du fluage d'une unité fonctionnelle thoracique

Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc.
 Source : M. M. Panjabi, R. A. Brand, et A. A. White, "Mechanical properties of the human thoracic spine as shown by three-dimensional load-displacement curves", J Bone Joint Surg Am, vol. 58, no. 5, pp. 642-652, 1976.

Les études de Oxland et coll. 1992 et Panjabi et coll. 1994 ont tous deux employé des méthodologies similaires. Pour ces études, seuls des moments ont été appliqués au spécimen par des actuateurs pneumatiques. Les mouvements étaient mesurés par stéréophotogrammétrie à l'aide de marqueurs attachés sur la partie antérieure de chaque vertèbre (figure 1-18). La précision des mesures varie selon le plan de rotation (0.60° en flexion et en extension, 0.33° pour l'inflexion latérale et 0.17° pour la torsion) et selon l'axe (0.43mm pour l'axe vertical, 0.35mm pour l'axe sagittal et 0.22mm pour l'axe transverse). La vertèbre inférieure demeurait fixée et les moments étaient appliqués sur la vertèbre supérieure sur laquelle était aussi maintenue (selon l'axe longitudinal) une précharge de 100N. Les moments sont appliqués par incréments égaux jusqu'à 7.5Nm (Oxland) ou 10Nm (Panjabi) par cycles de 30 secondes avec 2 cycles de préchargement. Pendant l'expérimentation, le spécimen restait scellé dans un emballage de polyéthylène pour prévenir sa déshydratation.

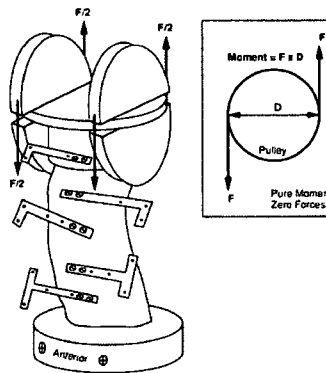


Figure 1-18 Montage expérimental

Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc.
 Source : M. M. Panjabi, T. R. Oxland, I. Yamamoto, et J. J. Crisco, "Mechanical behavior of the human lumbar and lumbosacral spine as shown by three-dimensional load-displacement curves", J Bone Joint Surg Am, vol. 76, no. 3, pp. 413-424, 1994.

L'étude de Panjabi et coll. 1994 visait la caractérisation de la région lombaire (L1 ou L2 à S2) alors que Oxland et coll. 1992 visait la région thoracolombaire (T11 à L1). Les résultats de Oxland et coll. 1992 montrent que l'extension est plus grande et que la torsion est moins importante à T11-T12 par rapport au segment T12-L1. Il n'y a pas une différence significative entre les segments pour les autres mouvements. L'expérimentation de Panjabi et coll. 1994 montre une augmentation de l'amplitude du mouvement de L1-L2 à L5-S1 lors du test de flexion/extension. Cependant, l'expérimentation de Panjabi et coll. 1976, ne montre aucune tendance dans la flexibilité entre les différents niveaux thoraciques.

Il faut noter que lors de ces expérimentations, la mesure des déplacements est effectuée à la fin du mouvement. Donc, elles ne caractérisent que le comportement statique du rachis. Ainsi, elles ne caractérisent pas le fluage (déformation progressive dans le temps d'un corps sur lequel agit une charge constante) de l'articulation intervertébrale.

1.5 Tests de flexibilité

Plusieurs techniques d'évaluation de la correctibilité des courbes scoliotiques sont utilisées par les chirurgiens lors de l'évaluation de patients scoliotiques et sont présentées ici. Elles utilisent toutes la radiographie comme technique d'imagerie médicale pour visualiser le tronc.

1.5.1 Inflexion latérale volontaire

Ce test consiste à effectuer une inflexion latérale maximale (de façon volontaire par le patient) en position debout ou en décubitus dorsal sur une table radiographique. En présence d'une seule courbe, l'inflexion est réalisée du côté de la convexité de la courbe alors qu'il est réalisé des deux côtés en présence de plusieurs courbes. La version en décubitus dorsal est la plus couramment utilisée et est considérée comme la référence lors de l'évaluation préopératoire de la flexibilité du rachis pour les scolioses idiopathiques [4, 5].

Tableau 1-1 Avantages et inconvénients du test d'inflexion latérale volontaire

Avantages	Permet d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient
Inconvénients	Dépend de la volonté du patient i.e. efforts et coopération active
	Dépend du technicien
	Les forces exercées musculairement par le patient et par la gravité sont inconnues
	Peu reproductible

1.5.2 Inflexion latérale avec point d'appui

Ce test est réalisé en positionnant le flanc du patient sur un large cylindre (appui) en plastique radio-transparent rembourré pour le confort du patient (figure 1-19) [31].

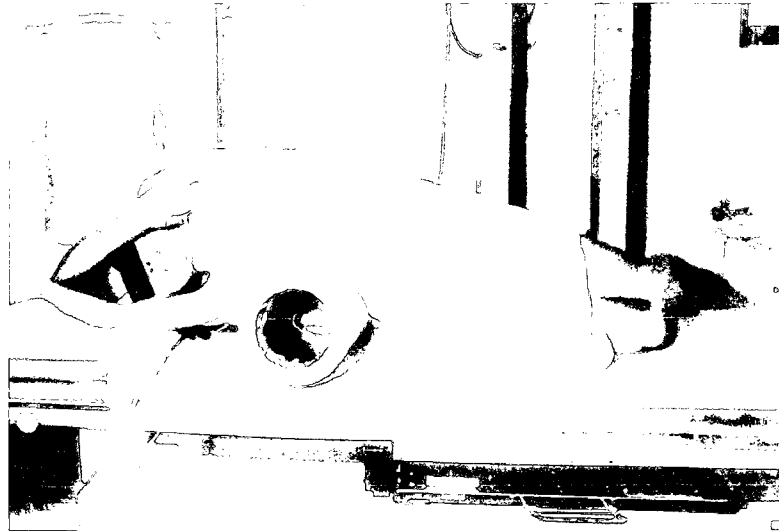


Figure 1-19 Inflexion latérale avec point d'appui

Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc.
Source : K. M. Cheung et K. D. Luk, "Prediction of correction of scoliosis with use of the fulcrum bending radiograph", J Bone Joint Surg Am, vol. 79, no. 8, pp. 1144-50, 1997.

Le cylindre est positionné directement sous l'apex de la courbe pour les courbes lombaires et sous la côte correspondant à l'apex de la courbe pour les courbes thoraciques. En présence de plusieurs courbes, le test sera réalisé selon les 2 configurations.

Plusieurs grandeurs de cylindres sont disponibles. Elle doit être choisie de façon à permettre de soulever le patient au dessus de la table radiographique. Il est important que le cylindre soit d'une grandeur suffisante pour permettre à l'épaule (pour les courbes thoraciques) ou au bassin (pour les courbes lombaires) d'être soulevé de la table afin

qu'une force passive maximale de flexion soit appliquée sur la courbe. Lorsque le patient est bien positionné sur le cylindre, des sacs de sable peuvent être utilisés pour stabiliser sa position.

Tableau 1-2 Avantages et inconvénients du test d'inflexion latérale avec point d'appui

Avantages	Reproductible puisqu'il s'agit d'une force de flexion passive [6]
	Possibilité de mesurer les forces transmises au rachis à l'aide d'une matrice de pression placée entre le patient et le cylindre
	Indépendant de la volonté du patient
Inconvénients	Évaluation difficile pour les courbes thoraciques supérieures
	Instabilité possible du patient
	Non recommandée pour les patients souffrant d'ostéogenèse imparfaite ou ayant une instabilité au niveau de la colonne
	Difficulté à bien positionner le cylindre sous l'apex

1.5.3 Décubitus dorsal

Pour ce test, le patient est tout simplement couché (sur le dos) sur une table radiographique. Ce positionnement produit une réduction significative des courbes scoliotiques [5, 32]. Ceci est dû en majorité à l'effet du premier point de contact (la gibbosité) avec la table.

Tableau 1-3 Avantages et inconvénients du test en décubitus dorsal

Avantages	Reproductible [33]
	Possibilité de mesurer les forces transmises au rachis à l'aide d'une matrice de pression placée entre le patient et la table
	Indépendant de la volonté du patient
Inconvénients	Ne permet pas d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient

1.5.4 Traction en décubitus dorsal

Bien qu'il existe plusieurs techniques pour réaliser ce test, la plus commune consiste à positionner le patient en décubitus dorsal sur une table en appliquant une traction soit sur la tête et le cou ou sur les membres supérieurs ainsi qu'une seconde traction (dans la direction opposée à la première) soit sur les membres inférieurs ou sur le bassin. [34, 35]

Tableau 1-4 Avantages et inconvénients du test de traction en décubitus dorsal

Avantages	Possibilité de mesurer les forces de traction appliquées et les forces transmises au rachis par la table à l'aide d'une matrice de pression placée entre le patient et la table
	Possibilité d'être reproductible (si la mesure des forces de traction est prise)
	Indépendant de la volonté du patient
Inconvénients	Ne permet pas d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient
	Peut causer des dommages neurologiques si les forces sont trop grandes [34]
	Les opérateurs sont exposés aux radiations

1.5.5 Traction en décubitus dorsal sous anesthésie

Ce test est similaire au test précédent (traction en décubitus dorsal) à la différence que le patient est sous anesthésie générale. Puisqu'il évite les spasmes musculaires, réduit l'inconfort du patient et qu'aucune coopération (du patient ou des parents) n'est nécessaire, cette méthode peut être utilisée plus uniformément ou de façon standardisée malgré un déficit neuromusculaire ou un retard mental. [4]

Tableau 1-5 Avantages et inconvénients du test de traction en décubitus dorsal sous anesthésie

Avantages	Possibilité de mesurer les forces de traction appliquées et les forces transmises au rachis par la table à l'aide d'une matrice de pression placée entre le patient et la table
	Possibilité d'être reproductible (si la mesure des forces de traction est prise)
	Indépendant de la volonté du patient
Inconvénients	Ne permet pas d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient
	Peut causer des dommages neurologiques si les forces sont trop grandes [34]
	Les opérateurs sont exposés aux radiations
	Ne permet pas de connaître la flexibilité du patient (et donc, de l'informer du plan définitif) avant la chirurgie

1.5.6 Suspension

Ce test de flexibilité a été proposé tout récemment [6]. Il consiste en la suspension du patient par les aisselles à l'aide d'un harnais. Ensuite, par un système de câbles et de poulies, le patient est soulevé jusqu'à ce qu'il se trouve en suspension i.e. que ses pieds quittent le sol (figure 1-20).

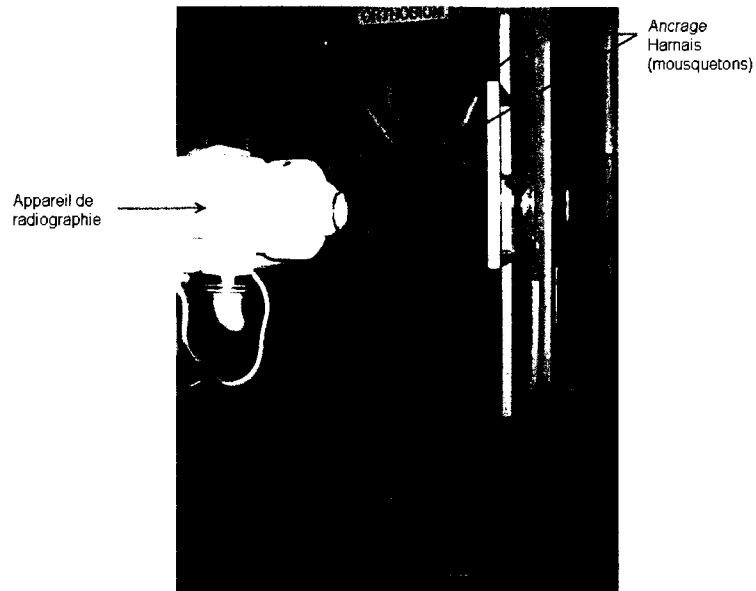


Figure 1-20 Test de flexibilité en suspension

Reproduite avec permission. Source : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.

Alors que les autres tests permettent d'évaluer la réductibilité de la courbe, ce test permet aussi d'évaluer la flexibilité en déterminant la force nécessaire à l'obtention d'une certaine modification de la courbure du rachis [30].

Tableau 1-6 Avantages et inconvénients du test en suspension

Avantages	Peut se faire dans un système de radiologie biplanaire (EOS)
	Possibilité de déterminer les forces appliquées au rachis (poids du patient)
	Reproductible
Inconvénients	Ne permet pas d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient
	Les patients peuvent légèrement affecter les résultats en contractant les muscles [6]
	Le harnais pourrait appliquer des forces sur la cage thoracique et affecter la gibbosité.

1.5.7 Hyperextension en décubitus dorsal

Ce test de flexibilité a aussi été proposé récemment [7]. Le patient est positionné sur une structure arquée en décubitus dorsal. Celui-ci doit positionner ses bras au dessus de la tête et conserver ses pieds complètement à plat au sol de façon à obtenir une flexion d'environ 90° au niveau des genoux. Une inflexion latérale et une rotation axiale peuvent être réalisées à l'aide de pivots positionnés au centre de la table.

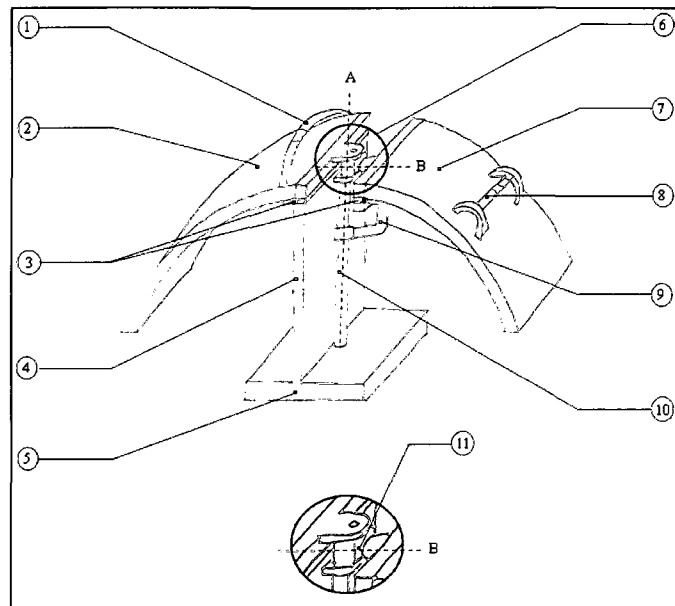


Figure 1-21 Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal - Structure archée

Reproduite avec permission. Source : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.



Figure 1-22 Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal

Reproduite avec permission. Source : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.

Tableau 1-7 Avantages et inconvénients du test en hyperextension en décubitus dorsal

Avantages	Possibilité de mesurer les forces transmises au rachis par la table à l'aide d'une matrice de pression placée entre le patient et la table
	Indépendant de la volonté du patient
	Reproductible
Inconvénients	Inflexion latérale et rotation axiale réalisées autour d'un seul pivot. Ces mouvements peuvent donc être mal répartis. [36]
	Long protocole de test [36]

1.5.8 Poussées latérales en décubitus ventral

Le patient est positionné en décubitus ventral et une pression manuelle est appliquée sur l'apex de chaque courbe. Des forces d'opposition sont aussi appliquées sur le bassin et les aisselles du patient. Une radiographie postéro-antérieure est prise à cet instant. Ce test évalue la balance globale du rachis en montrant l'effet de la correction de la courbe principale sur les courbes au dessus et sous celle-ci. [5, 37]

Tableau 1-8 Avantages et inconvénients du test de poussées latérales en décubitus ventral

Avantages	Informe sur le comportement des courbes secondaires
	Possibilité de mesurer les forces appliquées et les forces transmises au rachis par la table à l'aide de matrices de pression placée entre le patient et la table et entre le patient et les techniciens
Inconvénients	Ne permet pas d'évaluer le mouvement de correction maximal possible du patient
	Les techniciens sont exposés aux radiations
	Dépend des techniciens
	Non reproductible
	L'apex de la courbe doit se trouver entre le bassin et les aisselles i.e. ce test ne peut pas être utilisé pour des courbes thoraciques supérieures

1.6 Modélisation biomécanique numérique

La modélisation biomécanique numérique permet de créer une représentation virtuelle des structures biologiques. Elle permet l'application de principes d'ingénierie à l'étude de problèmes physiologiques. L'expérimentation in vivo ou in vitro permet d'obtenir de l'information sur le comportement du rachis. Cependant, le test de certains paramètres est parfois impossible ou destructif. La modélisation biomécanique numérique rend possible le test de ces paramètres. De plus, des informations inaccessibles peuvent également être obtenues telle la distribution des contraintes à l'intérieur d'un élément [38]. Dans le domaine de la modélisation du rachis, les deux approches couramment utilisées sont la modélisation par éléments finis [8-12, 39-41] et par multi-corps flexibles [13, 42-47].

L'analyse par éléments finis consiste en une subdivision (plus ou moins grossière selon la précision requise) des structures anatomiques en nœuds et éléments auxquels sont assignés des propriétés mécaniques. Les déplacements sur l'élément sont interpolés entre les nœuds et des matrices permettant de calculer les déformations et contraintes sont établies. Ainsi, lors de simulations, une méthode itérative de minimisation du travail virtuel est utilisée pour converger vers l'équilibre du système. Plus précisément, pour chaque élément, le vecteur de force F et de déplacement Q sont en relation au moyen d'une matrice de rigidité K_e .

$$K_e Q = F \quad (\text{Équation 1-2})$$

Une matrice de rigidité globale K_g regroupe toutes les matrices de rigidité des éléments composants un objet. Ses valeurs sont basées sur les propriétés du matériau, sa géométrie et ses conditions limites.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{N1} & K_{N2} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (\text{Équation 1-3})$$

Les modèles développés à l'aide de l'approche par éléments finis sont regroupés en trois catégories : modélisation détaillée, filaire et hybride.

Dans l'approche par éléments finis détaillés, les structures vertébrales sont discrétisées de manière raffinée (voir figure 1-23) permettant ainsi le calcul du comportement local et de la distribution des efforts. Elle vise une modélisation raffinée des différentes

composantes et tentent de représenter le plus fidèlement possible les caractéristiques de chacune. De plus, cette méthode facilite la comparaison avec les résultats expérimentaux *in vitro*. Par contre, le temps de calcul est élevé.

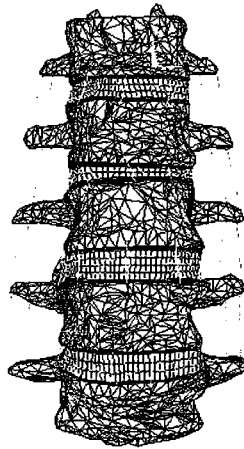


Figure 1-23 Modèle par éléments finis détaillés

Permission de reproduction obtenue de Springer Science + Business Media. Source : P. L. Sylvestre, I. Villemure, et C. E. Aubin, "Finite element modeling of the growth plate in a detailed spine model", *Med Biol Eng Comput*, vol. 45, no. 10, pp. 977-88, 2007.

Afin de réduire la complexité numérique de cette modélisation, une approche filaire a été développée. Celle-ci consiste à modéliser les différents éléments à l'aide de structures génériques. De manière générale, les composants anatomiques sont représentés par des poutres élastiques. Ainsi, la géométrie complète et volumique des éléments n'est pas modélisée ce qui réduit considérablement la complexité de la simulation. Elle permet donc l'étude de comportement global du rachis tel que présenté à la figure 1-24.

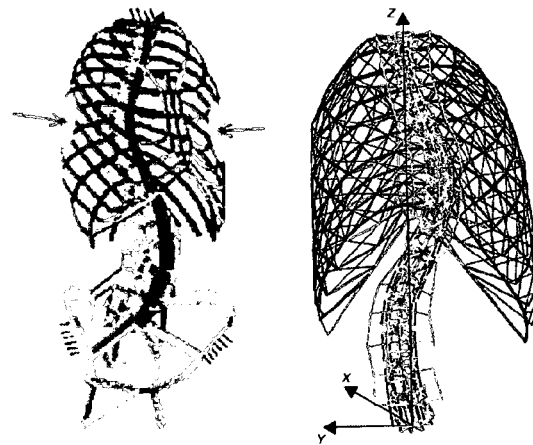


Figure 1-24 Modèles par éléments finis filaires

Permission de reproduction obtenue de Elsevier. Source : D. Perie, C. E. Aubin, Y. Petit, H. Labelle, et J. Dansereau, "Personalized biomechanical simulations of orthotic treatment in idiopathic scoliosis", *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, vol. 19, no. 2, pp. 190-5, 2004.

Reproduite avec permission. Source : J. Carrier, C. E. Aubin, F. Trochu, et H. Labelle, "Optimization of rib surgery parameters for the correction of scoliotic deformities using approximation models", *J Biomech Eng*, vol. 127, no. 4, pp. 680-91, 2005. Éditeur original : ASME.

La modélisation par éléments finis hybride (figure 1-25) est une combinaison de l'approche détaillée et filaire. Certaines parties du modèle filaire sont remplacées par une modélisation détaillée ainsi, des segments complets ou certains éléments peuvent être remplacés afin d'être simulés plus fidèlement. Cependant, le raccord entre la partie filaire et détaillée peut être relativement complexe à modéliser selon la situation.

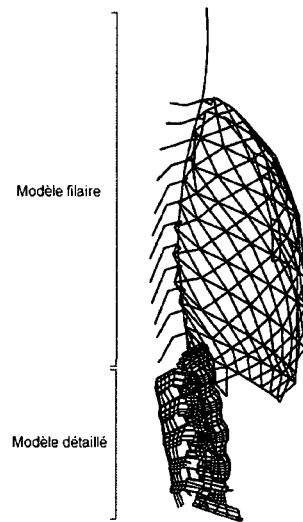


Figure 1-25 Modèle par éléments finis hybride

Reproduite avec permission. Source : W. Z. Kong et V. K. Goel, "Ability of the finite element models to predict response of the human spine to sinusoidal vertical vibration", Spine, vol. 28, no. 17, pp. 1961-7, 2003.

Tandis que la méthode par éléments finis est basée sur la minimisation de l'énergie, l'approche par multi-corps flexibles (figure 1-26) utilise directement les équations classiques du mouvement pour définir le système de contraintes mécaniques.

$$\sum F = ma, \sum M = I\omega \quad (\text{Équation 1-4})$$

Où F est la force, m la masse, a l'accélération linéaire, M le moment, I l'inertie et ω est l'accélération angulaire.

Plus précisément, les modèles par multi-corps flexibles développés au CHU Sainte-Justine et à l'École Polytechnique de Montréal [3, 13, 43-47] sont basés sur les équations différentielles du mouvement et des équations algébriques décrivant les contraintes du système (équation 1-5).

$$m\ddot{q} + Kq + C^T \lambda = Q_e + Q_r \quad (\text{Équation 1-5})$$

Où m est la matrice des masses des corps rigides, K est la matrice de rigidité des éléments flexibles, C sont les équations algébriques représentant les contraintes du système, Q_e sont les forces externes, Q_r sont les forces de réactions, q est la matrice des coordonnées généralisées des éléments et λ est le vecteur des coefficients de Lagrange.

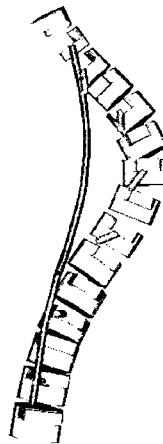


Figure 1-26 Modèle par multi-corps flexibles

Reproduite avec permission. Source : F. Poulin, C. E. Aubin, I. A. Stokes, M. Gardner-Morse, et H. Labelle, "[Biomechanical modeling of instrumentation for the scoliotic spine using flexible elements: a feasibility study]," *Ann Chir*, vol. 52, no. 8, pp. 761-7, 1998.

De façon générale, les vertèbres sont définies par des corps rigides reliés entre eux par des liaisons ou des éléments flexibles [3, 13, 42-47]. Cette simplification se base sur l'hypothèse selon laquelle les vertèbres se déforment peu lors de la chirurgie par rapport aux autres structures anatomiques (e.g. disques, ligaments). De façon générale, cette approche permet de représenter adéquatement les manœuvres d'instrumentation chirurgicale tout en réduisant les problèmes de convergence et les temps de calculs associés aux non-linéarités inhérents à la méthode des éléments finis [44].

Pour les systèmes interactifs, les simulations par corps rigides tel Intel Havok [79], NVIDIA PhysX [78] ou Open Dynamic Engine (ODE) [77] sont très répandus et utilisés. Ils permettent de simuler la dynamique de corps rigides articulés. Ces systèmes sont conçus de manière à produire des simulations interactives i.e. en temps réel. Ceux-ci posent des hypothèses simplificatrices permettant de réduire les temps de calcul. Ils favorisent ainsi l'interactivité au prix de la précision. Cependant, actuellement, aucune modélisation du rachis utilisant cette approche n'a été répertoriée.

1.6.1 Modélisation des mouvements du rachis

Plusieurs modèles étudient les mouvements du rachis en ne modélisant que les segments cervical [48-50] ou lombaire [51-58] puisqu'ils représentent les sites les plus fréquents de blessures.

Pour le segment cervical, les blessures sont souvent critiques puisqu'elles sont typiquement accompagnées de lésions à la moelle épinière. Les modèles élaborés pour ce segment permettent de mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux blessures et dysfonctions menant ainsi à une amélioration de la prévention des diagnostics et des traitements cliniques.

Puisque l'instabilité du rachis est une cause significative de lombalgie, la connaissance des mouvements intervertébraux du segment lombaire est cliniquement utile dans l'évaluation des désordres du rachis et dans l'étude du résultat des traitements. De plus, la connaissance des charges supportées par le rachis et de sa stabilité pendant les

activités physiques est nécessaire pour un design plus rationnel des stratégies de prévention des blessures et des programmes de réadaptation [52, 53].

Quelques modèles biomécaniques sont cependant dédiés à la simulation de mouvements globaux incluant le rachis complet i.e. lombaire et thoracique du moins. Puisqu'ils sont connexes à ce projet, leur revue est présentée dans ce qui suit.

Descrimes et coll [59] ont effectué une étude biomécanique simulant le test d'inflexion latérale en décubitus dorsal de patients normaux et scoliotiques. Leur modèle par éléments finis modélise la colonne thoracique et lombaire et le thorax. Plus précisément, les vertèbres, disques intervertébraux, côtes, sternum, système ligamentaire intervertébral et costo-vertébral ont été représentés. Les inflexions ont été réalisées en appliquant les déplacements linéaires et angulaires mesurés sur les reconstructions 3D entre la position au repos et inclinée des vertèbres T1 et L5. Aussi, pour simuler l'effet de la table, un déplacement postéro-antérieur (nul) a été imposé à la vertèbre T9. Les simulations ont permis de reproduire les déplacements vertébraux en inflexion latérale avec une moyenne d'erreur relative entre 15% et 38% pour les 12 patients sains et de 90% pour les 3 patients scoliotiques.

Beauséjour et coll [60] ont proposé un modèle par éléments finis effectuant le test d'inflexion latérale du côté droit en position debout de patients scoliotiques en ajoutant la modélisation des principaux muscles du tronc au modèle de Descrimes et coll. [59] et Aubin et coll. [61]. Il inclut les composantes oséo-ligamentaires de la colonne vertébrale, de la cage thoracique et du bassin ainsi que de 160 faisceaux musculaires

représentés par des éléments câbles bilinéaires. Plus précisément, les vertèbres T1 à L5, le sacrum, le bassin, les disques intervertébraux, les côtes, le sternum, les cartilages costaux, les joints costo-vertébraux, les articulations zygapophysaires et de nombreux ligaments (intervertébraux, intercostaux, abdominaux, capsulaires et ilio-lombaires) sont représentés. Afin de calculer le mouvement des vertèbres T1 et L5, les reconstructions 3D en position debout et inclinée ont été produites. Ces déplacements et rotations ont été appliqués au modèle afin de simuler le test d'inflexion. Les déplacements finaux des vertèbres T2 à L4 ont ensuite été comparés avec la reconstruction 3D de l'inflexion latérale. La variation de l'angle de Cobb thoracique a été reproduite à moins de 2 degrés d'écart et la position des centroïdes des corps vertébraux avec une erreur relative inférieure à 23% pour les 4 patients scoliotiques.

Le modèle par multi-corps flexibles de Petit et coll [13] (ainsi que les modèles [42, 44-46] basés sur celui-ci) utilise le test d'inflexion latérale maximale droit et gauche pour personnaliser les propriétés mécaniques des liaisons intervertébrales. Les vertèbres T1 à L5 sont représentées par des corps rigides, tandis que les éléments intervertébraux sont représentés par des liaisons sphériques combinés à trois ressorts en torsion. La liaison est positionnée à l'extrémité postérieure du plateau supérieur de la vertèbre inférieure de l'unité fonctionnelle. Cette position a été déduite d'une étude sur 82 patients en identifiant la localisation optimale du centre de rotation intervertébral lors d'une chirurgie [62]. La matrice de rigidité utilisée pour la modélisation des ressorts permet de représenter les mouvements couplés en rotation. L'amplitude du mouvement lors de l'inflexion latérale était mesurée sur les radiographies en calculant l'angle entre la droite

passant par les vertèbres T1 et L5 et la droite passant par le sommet des crêtes iliaques. Pour simuler ce mouvement, un déplacement latéral est appliqué sur T1 jusqu'à la reproduction de l'amplitude de mouvement réalisée lors de l'inflexion alors que tous les degrés de liberté de L5 sont fixés.

Dans ce dernier modèle, les valeurs initiales de rigidité des ressorts proviennent de la linéarisation des courbes expérimentales de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992. Ensuite, une personnalisation a été effectuée en simulant de façon itérative le mouvement d'inflexion latérale maximale et en modifiant à chaque étape les propriétés de façon proportionnelle à leur valeur originale, jusqu'à obtenir la meilleure adéquation entre les simulations et les radiographies en inflexion latérale. Cette optimisation a été réalisée régionalement i.e. de façon indépendante sur trois segments scoliotiques [3]. Pour les 10 patients scoliotiques, cette personnalisation a créé une augmentation de la rigidité initiale pour le segment lombaire de 7 patients et du segment thoracique de 4 patients. Cette personnalisation a créé une augmentation de 50% de la prédiction de la forme des courbes décrite par les angles de Ferguson pour l'inflexion droite et de 9% pour l'inflexion gauche. Plus précisément, lors de l'inflexion gauche pour le modèle non personnalisé, les différences entre les angles de Ferguson simulés et mesurés sur les radiographies sont de $3^\circ \pm 2^\circ$ pour le segment thoracique gauche et de $3^\circ \pm 3^\circ$ pour le segment lombaire gauche. Lors de l'inflexion droite, la différence est de $4^\circ \pm 3^\circ$ pour le segment thoracique droit. Suite à la personnalisation, ces valeurs sont respectivement passées à $1^\circ \pm 2^\circ$, $4^\circ \pm 3^\circ$ et $2^\circ \pm 1^\circ$.

La modélisation des éléments intervertébraux a par la suite été améliorée. Dans ces travaux, Luce [45] a remplacé la liaison sphérique du modèle de Petit [13] par une matrice de raideur 6x6 permettant de reproduire le comportement intervertébral selon les 6 degrés de libertés. Cette approche permet d'inclure les relations non-linéaires. Cependant, la première version a utilisé des propriétés mécaniques provenant de la linéarisation des courbes expérimentales de Panjabi 1976 [45]. Ce type de liaison a été réutilisé pour décrire de façon linéaire le comportement des liaisons implant-vertèbre [46]. Des tests ont montré une amélioration des simulations de l'instrumentation chirurgicale. Cependant, aucune évaluation n'a été réalisée sur la simulation du test d'inflexion latérale maximale.

1.6.2 Personnalisation

En général, les propriétés mécaniques des éléments composant l'unité fonctionnelle proviennent de données expérimentales obtenues de spécimens cadavériques non scoliotiques. Cependant, plusieurs méthodes ont été proposées pour personnaliser les propriétés mécaniques des modèles.

Vanderby et coll. [8] ont utilisé un modèle par éléments finis filaire afin d'estimer la rigidité de segments de rachis in vivo spécifique à chaque patient. Pour y parvenir, ils ont appliqué sur leur modèle la force de distraction entre T5 et L3 mesurée lors de l'opération. Pour reproduire la position post-opératoire des centres des corps vertébraux, ils ont utilisé un algorithme d'optimisation. Cette méthode améliore la modélisation de la rigidité du rachis pathologique mais ne permet pas une modélisation pré-opératoire.

Ghista et coll. [9] contrent ce problème en appliquant la force mesurée lors du test de traction réalisée avant l'opération sur un modèle par éléments finis filaire. Par contre, puisque le modèle est utilisé pour simuler l'instrumentation Harrington-Luque qui focalise sur la correction 2D de la scoliose en effectuant une distraction, la modélisation a seulement été réalisée dans le plan frontal.

Leborgne et coll. [10] ont utilisé un modèle par éléments finis tridimensionnel afin d'améliorer cette représentation. Ils ont fait appel à ce modèle pour simuler la correction obtenue à l'aide de l'instrumentation de type Cotrel-Dubousset. Cependant, l'ajustement des paramètres mécaniques du modèle afin de reproduire les tests d'inflexion a été effectué manuellement. Lafage et coll. [11] et Dumas et coll. [12] ont utilisé une approche similaire. Lafon-Jalby [63] a amélioré la méthode de personnalisation de ce modèle en automatisant la recherche par un algorithme d'optimisation guidé par des connaissances cliniques à priori.

Petit [13] a aussi proposé une méthode permettant d'automatiser la personnalisation. Cependant, celle-ci n'utilise pas de connaissances à priori. Cette méthode a été appliquée sur un modèle par multi-corps flexibles. Les propriétés mécaniques des liaisons intervertébrales étaient ajustées afin de reproduire les courbures mesurées directement sur les radiographies prises lors du test d'inflexion latéral. Ainsi, la personnalisation est réalisée sur les paramètres de la matrice de rigidité décrivant le mouvement en rotation dans le plan frontal. De plus, pour réduire le nombre de paramètres à personnaliser, le rachis a été regroupé en trois segments : thoracique

proximale, thoracique principale et lombaire. La recherche des valeurs a été réalisée à l'aide du module d'optimisation du logiciel MSC.ADAMS basé sur l'algorithme de gradient conjugué de Fletcher-Reeves. Comme toutes les méthodes de gradient, une solution est recherchée à partir d'un point de départ en calculant, à chaque itération, la direction du gradient de la fonction objectif. Donc, une approximation initiale assez précise de l'endroit où se trouve la solution doit être faite afin de la trouver i.e. le minimum global.

Pour éliminer le besoin d'une approximation initiale précise et s'assurer d'effectuer la recherche d'un minimum global, Luce [45] a fait appel aux algorithmes génétiques pour remplacer la méthode de gradient conjugué de Petit [13]. Contrairement aux méthodes par gradient, le domaine de recherche est étendu de façon à considérer un plus grand nombre de solutions potentielles. Il s'agit d'un algorithme statistique dirigé pour couvrir un vaste domaine de solutions plausibles tout en convergeant vers la solution la mieux adaptée [64].

1.6.3 Autre environnement de simulation

OpenSim [76] est un environnement (source ouverte) permettant l'élaboration de modèles neuro-musculo-squelettiques pour fins d'analyse (figure 1-27). Il a été créé afin de fournir une plateforme sur laquelle la communauté biomécanique peut bâtir des outils les aidant dans l'étude des principes gouvernant le mouvement humain et leur permettre d'élaborer de meilleurs traitements pour des individus ayant des handicaps physiques.

Puisque les simulations dynamiques sont générées par les muscles, l'utilisation de ce système dans un contexte de scoliose idiopathique est restreinte. Des études sur les muscles paraspinaux de patients scoliotiques ont observés une asymétrie du nombre de fibres [65], une réduction du nombre et de la grosseur de fibres par rapport aux sujets normaux [66, 67] et une modification de la composition des fibres [68] compliquant ainsi la modélisation.

CHAPITRE 2 - PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS

La revue des connaissances a permis de recenser plusieurs tests de flexibilité utilisés lors de la détermination d'une stratégie opératoire pour les patients scoliotiques. À l'exception du test de suspension et d'hyperextension [6, 7], la majorité de ceux-ci n'évaluent pas la flexibilité réelle du rachis mais la réductibilité des courbes. Ne considérant pas les forces permettant d'obtenir la modification de la courbure du rachis, ils ne peuvent évaluer la flexibilité réelle qui est définie par la relation entre la force appliquée et le déplacement produit. Uniquement les tests en suspension et en hyperextension [6, 7] évaluent cette flexibilité mais ceux-ci sont présentement en développement et ne sont pas encore utilisés ni répandus en milieu clinique.

Le chapitre précédent recense également plusieurs modèles biomécaniques numériques du rachis effectuant la personnalisation de la rigidité de la colonne vertébrale en fonction du patient. Puisque les méthodes de personnalisation utilisées sont généralement élaborées en fonction de la modélisation employée, la valeur de flexibilité du rachis obtenue pour chaque patient peut différer entre les modèles. Une comparaison entre les résultats des simulations des différents modèles est alors difficile puisque ceux-ci sont influencés par la flexibilité calculée.

Afin de découpler le processus de personnalisation des modèles biomécaniques numériques du rachis de la modélisation utilisée et ainsi permettre l'utilisation d'une

valeur de flexibilité identique, ce projet propose d'utiliser un simulateur d'inflexion latérale maximale basé sur l'hypothèse suivante :

La simulation d'un test d'inflexion latérale maximale d'un patient scoliotique peut prédire le déplacement total entre la position initiale et en inflexion latérale des centroïdes des corps vertébraux à plus de 85% lorsque le modèle inclut directement le comportement du rachis provenant des expérimentations de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992.

L'objectif général est donc :

Créer un simulateur d'inflexion latérale interactif permettant de découpler le processus de personnalisation des modèles biomécaniques numériques du rachis scoliotique de la modélisation utilisée.

Et plus spécifiquement :

- 1) Créer un simulateur d'inflexion latérale interactif à l'aide des courbes expérimentales (force-déplacement) de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992.*
- 2) Effectuer les simulations d'inflexion latérale maximale sur un ensemble de patients scoliotiques afin d'évaluer la précision du système.*

CHAPITRE 3 - MATÉRIELS ET MÉTHODES

Pour atteindre les objectifs présentés à la section précédente, des images radiographiques biplanaires sont d'abord utilisées pour produire une reconstruction 3D personnalisée du rachis (T1 à L5) du patient (section 3.1). Ces reconstructions 3D sont ensuite utilisées par le simulateur en spécifiant une contrainte sphérique entre chaque vertèbre (section 3.2). Le comportement des éléments intervertébraux est reproduit par trois couples de réponse appliqués sur chaque vertèbre d'une unité fonctionnelle. Ces couples sont déterminés de manière continue pendant la durée complète de la simulation à l'aide des courbes expérimentales et selon l'angle entre les corps vertébraux (section 3.3 et 3.4). La reproduction des positions des patients en inflexion latérale maximale provenant des radiographies est réalisée en appliquant graduellement un moment sur la vertèbre T1 et en fixant L5 pour tous les degrés de liberté (section 3.3). Puis, l'erreur de simulation ainsi que les différents indices sont déterminés (section 3.5). Les sections suivantes décrivent en détail ces différentes étapes.

3.1 Reconstruction 3D du rachis

Les vertèbres sont représentées par un modèle surfacique créé à partir de radiographies biplanaires prises avec l'appareil d'imagerie radiographique EOS. Utilisant les détecteurs gazeux inventés par Georges Charpak (prix Nobel 1992), ce système permet une réduction considérable des doses de rayons X i.e. de 8 à 10 fois moins que la radiographie bidimensionnelle conventionnelle [69, 70]. Deux images radiographiques postéro-antérieure et latérale du tronc en position debout au repos ont été prises

simultanément. Et puisque la source de rayons X reste toujours fixe par rapport aux détecteurs, le système est calibré de façon identique pour chaque patient.

Les images produites avec le système EOS sont plus précises et plus claires que celles prises avec un système conventionnel. L'erreur moyenne de reconstruction 3D in vivo rapportée par la littérature est de 1.5mm et la précision surfacique est identique aux reconstructions réalisées à partir d'images tomodensitométriques [69]. Puisqu'il s'agit de la méthode de reconstruction utilisant des radiographies la plus précise à ce jour, les effets négatifs sur la simulation provenant des erreurs de reconstruction seront les plus faibles possibles. Ce système a donc été retenu pour produire les reconstructions 3D du rachis des patients en raison de sa précision et des doses réduites de rayons X nécessaires. Cependant, l'espacement restreint entre les différentes composantes du système ne permet pas au patient d'effectuer une inflexion latérale maximale. Pour les données en inflexion latérale, les radiographies ont donc été acquises à l'aide du système radiologique conventionnel « Fuji Computed Radiography System - FCR 7501S ».

Les reconstructions 3D de la colonne vertébrale des patients (T1 à L5) ont été effectuées avec le logiciel IdefX développé conjointement par le laboratoire de biomécanique de l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers (ENSAM) à Paris et du laboratoire de recherches en imagerie et orthopédique (LIO) à Montréal. La procédure a consisté à identifier la courbure du rachis sur les 2 radiographies afin de permettre la détection automatisée (puis manuellement corrigée) des vertèbres. Des modèles de référence (d'environ 10000 polygones) ont ensuite été utilisés et leur contour (projeté sur les plans

radiographiques) a été ajusté de façon semi-automatique en réorientant l'objet virtuel puis, grâce au krigeage interactif, en rectifiant la position des repères afin de maximiser la correspondance entre le contour réel et virtuel.

Les reconstructions surfaciques produites contiennent environ 10000 polygones par vertèbre. La position de marqueurs utilisés lors du processus de reconstruction est également fournie. Ces marqueurs correspondent à des points anatomiques particuliers de la vertèbre (e.g. points postérieurs des plateaux inférieurs et supérieurs du corps vertébral).

Lors de l'importation des reconstructions 3D dans le simulateur, les vertex des maillages de vertèbres sont d'abord isolés (analyse topologique [71]) puis déplacés dans le référentiel local de la vertèbre en calculant la position de son centre géométrique. Les vertex sont ensuite transformés de façon à compenser pour l'orientation (selon les 3 axes) de la vertèbre déterminée à l'aide des marqueurs (plateau postérieur inférieur – sphère rouge, plateau postérieur supérieur – sphère bleue et plateau antérieur supérieur – sphère verte) tel qu'indiqué à la figure 3-1.

L'orientation de la vertèbre par rapport au repère global est déterminée en créant le repère local de la vertèbre à l'aide des marqueurs provenant de la reconstruction 3D du rachis. L'axe Z est défini par un vecteur passant par le marqueur du plateau postérieur inférieur et du plateau postérieur supérieur. L'axe Y est défini par la normale du plan créé par les 3 marqueurs : plateau postérieur inférieur, plateau postérieur supérieur et plateau antérieur supérieur. Et l'axe X est défini orthogonalement aux 2 autres axes.

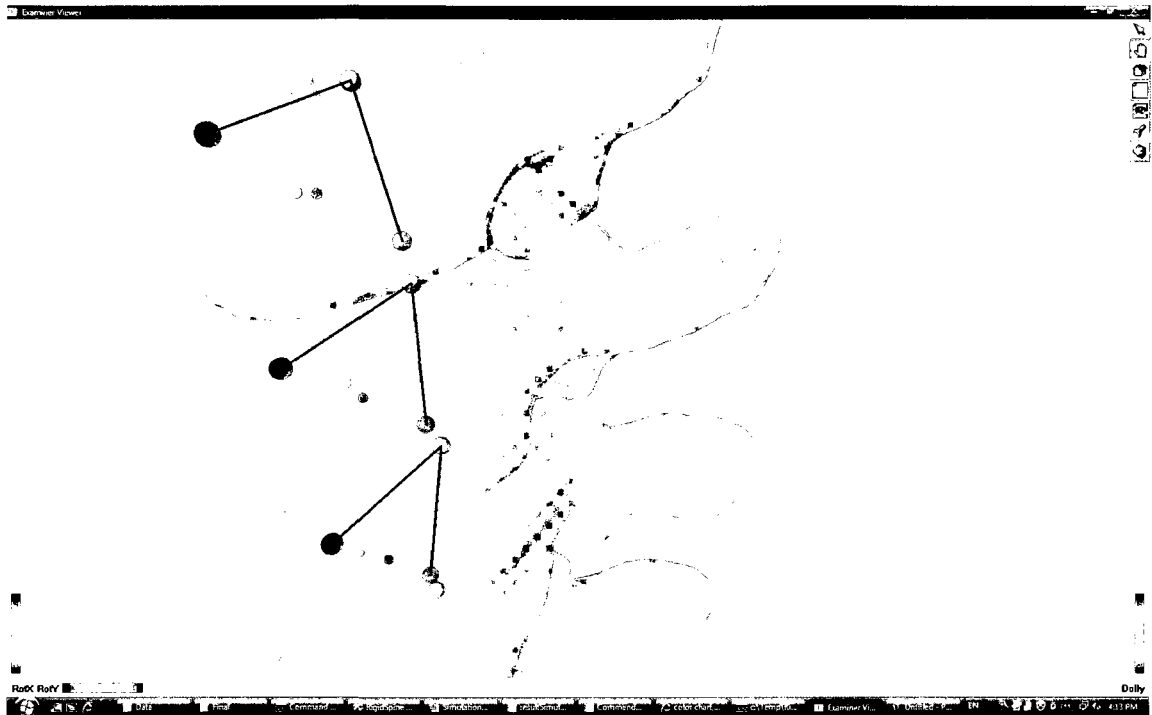


Figure 3-1 Marqueurs utilisés pour la détermination de l'orientation de la vertèbre

Les marqueurs situés sur les plateaux vertébraux ont aussi été utilisés lors du calcul de l'angle de Cobb. Les marqueurs du plateau supérieur de la vertèbre supérieure (plateau postérieur supérieur, plateau antérieur supérieur, plateau droit supérieur, plateau gauche supérieur) et ceux du plateau inférieur de la vertèbre inférieure (plateau postérieur inférieur, plateau antérieur inférieur, plateau droit inférieur, plateau gauche inférieur) ont d'abord été projetés sur le plan frontal. Ensuite, pour chaque plateau, une interpolation linéaire a été réalisée entre les marqueurs projetés. L'angle de Cobb a été déterminé par l'angle formé par les deux droites résultantes.

Le centroïde des corps vertébraux (T1 à L5) est aussi identifié sur les radiographies postéro-antérieures en position debout et en inflexion latérale (gauche et droite) afin de produire des marqueurs initiaux et finaux vers lesquels la simulation pourra tendre. La

position des centroïdes est déterminée par l'intersection des 2 droites reliant les coins diagonalement opposés du corps vertébral tel qu'indiqué sur la figure 3-2. Puisqu'il s'agit (dans les 2 cas d'inflexion latérale) d'une radiographie postéro-antérieure simple, l'effet de la perspective (calibration) ne peut être mesuré précisément. En se basant sur l'erreur mesurée entre les marqueurs initiaux sélectionnés en position debout et leur position déterminée par la reconstruction 3D, l'erreur de cette méthode d'identification est estimée à environ 5 pixels soit entre 2mm et 4mm.

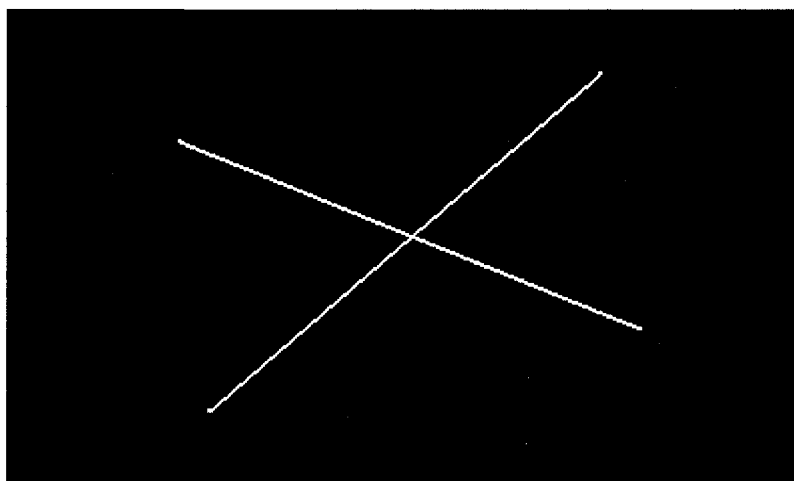


Figure 3-2 Détermination de la projection du centroïde du corps vertébral

Puisque les techniques d'imagerie utilisées lors de la prise de radiographies au repos et en inflexion latérale sont différentes, la résolution des images n'est pas identique. Au repos, les images ont été réalisées à l'aide de l'appareil d'imagerie radiographique EOS. Cependant, en inflexion latérale, le système radiologique conventionnel « Fuji Computed Radiography System - FCR 7501S » a été utilisé. L'appareil EOS produit les images en effectuant un balayage vertical de la région à radiographier. Plus précisément, celui-ci est composé d'un détecteur linéaire et donc d'un faisceau en éventail. Ainsi, un

agrandissement est produit dans le plan horizontal et non vertical. Donc, la résolution des pixels n'est pas identique selon les deux plans. Pour la radiographie posté-antérieure, à l'horizontal 1 pixel correspond à 193 microns alors qu'à la vertical, 1 pixel correspond à 185 microns. Pour le système conventionnel Fuji, l'image radiographique est produite à l'aide d'un seul lancé de rayons X correspondant à une caméra de type perspective. Ainsi, la résolution verticale et horizontale est identique, soit de 400 microns par pixel. Ces différentes valeurs de résolutions ont été utilisées lors de la détermination de la position des marqueurs récupérée directement sur les radiographies.

3.2 Modélisation du rachis

Le modèle développé dans le cadre de cette maîtrise est une représentation simplifiée du rachis. Il comprend les vertèbres T1 à L5 et modélise l'articulation intervertébrale comme une contrainte (liaison) sphérique. Le comportement mécanique de tous les tissus le composant (disque, ligaments, capsules articulaires) sont donc regroupés en un seul élément.

Puisque le système ne permet (pour des raisons de performances) que l'application de contraintes au centre de masse d'un corps rigide, la vertèbre est véritablement modélisée par 3 corps rigides fixés entre eux par des contraintes fixes. Il y a donc un corps rigide au centre de masse (centre géométrique) de la vertèbre et un au centre de chaque plateau vertébral.

La position de la contrainte sphérique (qui correspond donc au centre de rotation de l'articulation intervertébrale) est placée selon le niveau vertébral d'après les conclusions de White et Panjabi [14]. Pour le segment thoracique (en excluant T12), elle se trouve au centre du corps vertébral de la vertèbre inférieure alors que pour le segment lombaire (en incluant T12), elle est placée au point milieu entre le plateau supérieur de la vertèbre inférieure et du plateau inférieur de la vertèbre supérieure qui correspond au centre du disque intervertébral.

Dans les 2 cas, la position du centre de rotation est légèrement déplacée (dans le plan latéral vertébral) selon l'angle intervertébral de façon à mieux reproduire la situation réelle. Ainsi, il se trouve excentré linéairement à l'inverse du mouvement vertébral de façon à être déplacé de 25% de la largeur du corps vertébral à la valeur maximale des courbes expérimentales (figure 3-3 et figure 3-4).

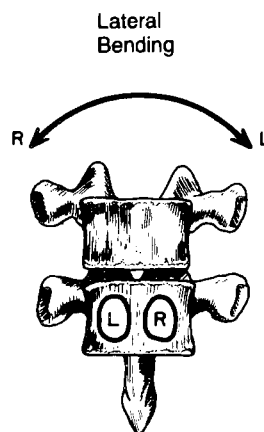


Figure 3-3 Centre de rotation thoracique

Reproduite avec permission. Source : A. A. White et M. M. Panjabi, *Clinical biomechanics of the spine*, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.

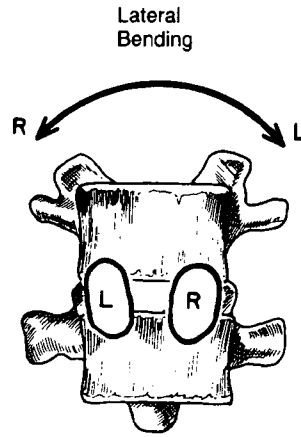


Figure 3-4 Centre de rotation lombaire

Reproduite avec permission. Source : A. A. White et M. M. Panjabi, *Clinical biomechanics of the spine*, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.

Une contrainte (liaison) est une relation de position et d'orientation entre 2 corps rigides et elles sont exprimées comme suit :

$$J \bullet \vec{q} = \begin{bmatrix} J_{lin}^i & J_{ang}^i & J_{lin}^j & J_{ang}^j \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \vec{v}_i \\ \vec{\omega}_i \\ \vec{v}_j \\ \vec{\omega}_j \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{Équation 3-1})$$

Où \vec{q} est la vitesse, \vec{v} est la vitesse linéaire, $\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire et J est la matrice Jacobienne ayant une ligne pour chaque degré de liberté. Plus particulièrement, on obtient $J_{lin}^i \vec{v}_i + J_{ang}^i \vec{\omega}_i$ pour la vitesse reliée au corps i et $J_{lin}^j \vec{v}_j + J_{ang}^j \vec{\omega}_j$ pour la vitesse du corps j.

Le système de contraintes est exprimé en fonction des vitesses. Puisque celui-ci ne contient pas directement de contraintes sur les positions, sa résolution introduit des

erreurs (numériques ou provenant d'approximations internes) de positionnement entre les corps à chaque pas de simulation (dt). En s'accumulant, ces erreurs créent un déplacement et/ou un désalignement entre les deux corps rigides (figure 3-5).

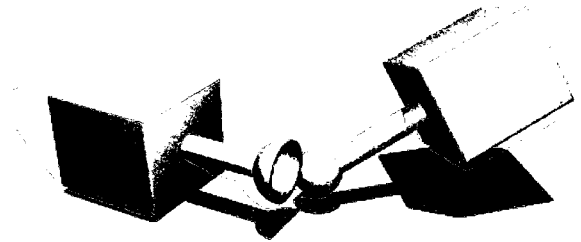


Figure 3-5 Désalignement des contraintes positionnelles

Reproduite avec permission. Source : www.ode.org/pix/ball-and-socket-bad.jpg

Des forces de corrections sont donc introduites par le simulateur sur les deux corps rigides pour contrer cet effet. Ils sont contrôlés par le paramètre de réduction d'erreur (ERP) qui permet de moduler leur amplitude. Il reste normalement constant au cours de la simulation et tend à rendre le système plus instable s'il commande une correction trop grande i.e. lorsqu'il s'approche de 1.

Donc, puisque la liaison sphérique permet la rotation entre deux corps tout en conservant leur position (relative au centre) constante, on peut fixer les termes de l'équation 3-1 comme suit :

$$J_{lin}^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J_{lin}^j = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad J_{ang}^i = -(R(q_i)\vec{r}_{anc}) \quad J_{ang}^j = (R(q_j)\vec{r}_{anc})$$

(Équation 3-2)

Où $R(q)$ est la matrice de rotation et \vec{r}_{anc} est la position du point d'ancrage relatif au corps rigide (figure 3-6).

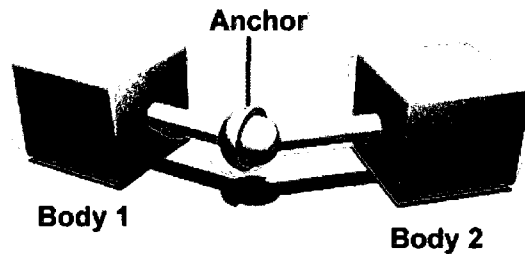


Figure 3-6 Contrainte sphérique

Reproduite avec permission. Source : www.ode.org/pix/ball-and-socket.jpg

Lors des simulations, la réponse des éléments intervertébraux est modélisée par l'application directe de couples sur les vertèbres selon l'angle intervertébral. Pour chaque unité fonctionnelle, les 3 angles selon les 3 axes du repère local sont évalués. Ensuite, la valeur des 3 couples correspondants est directement récupérée des courbes expérimentales de comportement force-déplacements de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992. Ces couples sont appliqués (de façon opposée) aux 2 vertèbres composant l'unité fonctionnelle.

3.3 Simulateur

Pour le présent projet, une approche de simulation interactive par corps rigides favorisant l'interactivité au prix de la précision a été retenue afin de l'expérimenter et de l'évaluer pour d'éventuels développements de modèles plus complexes nécessitant une interactivité rapide. La librairie Open Dynamic Engine (ODE) [77] (développée par Russell Smith) a été utilisée puisqu'il s'agit d'une librairie C++ performante, portable et de qualité industrielle distribuée gratuitement avec l'ensemble du code source sous la licence GNU ou BSD.

Pour des raisons pratiques de disponibilité, le test d'inflexion latérale maximale droit et gauche en position debout réalisé au CHU Sainte-Justine de Montréal lors de l'évaluation des patients a été utilisé pour ce projet. Afin de simuler la flexion latérale (gauche ou droite), tous les degrés de liberté de L5 sont fixés et les couples sont appliqués sur T1. Cette application peut être faite de façon manuelle (pour les simulations interactives), prédéterminée (pour reproduire un mouvement et étudier la simulation i.e. réponse en fréquence, stabilité, vitesse de convergence...) ou automatisée afin d'effectuer la recherche des valeurs de couples pouvant reproduire le mouvement.

La recherche automatisée est effectuée de façon à déplacer T1 de sa position initiale à sa position finale. Évidemment, puisque la position finale est déterminée par le marqueur identifié sur la radiographie postéro-antérieure, sa position 3D réelle est inconnue. Le marqueur est donc conservé dans le plan YZ (parallèle au plan frontal) dont l'origine coïncide avec le centroïde de T1. Le système applique donc un couple sur T1 selon l'axe

sagittal (X) de façon graduelle jusqu'à trouver le point pour lequel l'erreur sur le positionnement de T1 est minimale. Ensuite, selon la position du marqueur, un couple en flexion ou en extension est appliqué sur T1 de façon à réduire l'erreur davantage afin de compenser pour le mouvement (hors plan) des patients.

La méthode prédéterminée consiste à effectuer une simulation en appliquant des couples précalculés sur T1 selon les 3 plans jusqu'à la stabilisation du système. Pour la méthode interactive, le choix des couples à appliquer sur T1 est entièrement contrôlé par l'utilisateur. À l'aide de touches prédéfinies, celui-ci augmente ou diminue les couples appliqués selon les 3 plans. Afin de guider l'usager, les erreurs pour tous les niveaux vertébraux sont continuellement affichées.

La méthode d'application automatisée est relativement longue d'exécution (puisqu'elle attend que le système se stabilise à chaque incrément) et n'applique pas de couple en torsion en fonction de la position finale du patient. La recherche a donc d'abord été réalisée manuellement pour chaque inflexion latérale maximale, puis des simulations ont été réalisées de façon prédéterminée pour s'assurer de leur reproductibilité. Pour toutes ces méthodes, les simulations se terminaient lorsque le système se stabilisait i.e. lorsque la variation de l'angle pour tous les niveaux intervertébraux était inférieure à 0.1° .

Dans le domaine des simulations, la résolution de systèmes d'équations dépendant du temps est réalisée à l'aide de méthodes de résolution explicite et/ou implicite. Les méthodes explicites calculent l'état du système après un certain temps $Y(t + dt)$ à partir de son état courant $Y(t)$ (équation 3-3).

$$Y(t + dt) = F(Y(t)) \quad (\text{Équation 3-3})$$

Pour les méthodes implicites, l'état du système après un certain temps $Y(t + dt)$ est déterminé en résolvant un système d'équations contenant l'état actuel et l'état futur du système (équation 3-4).

$$G(Y(t), Y(t + dt)) = 0 \quad (\text{Équation 3-4})$$

La détermination de l'état futur du système est donc plus complexe lorsqu'une méthode implicite doit être utilisée.

Dans le présent projet, pour toutes les méthodes d'application de couples sur T1 présentées précédemment, l'intégrateur utilisé est semi-implicite de premier ordre en ce sens que certaines forces sont calculées à l'aide d'un intégrateur implicite (premier ordre) et d'autres à l'aide d'un intégrateur explicite. Alors que les forces externes utilisent la méthode explicite, la méthode implicite est utilisée pour les forces appliquées aux corps pour respecter les contraintes. Ce type de système favorise la rapidité et la stabilité au détriment de la précision. À chaque pas (fixe) de simulation, les forces externes sont accumulées et appliquées aux corps rigides (intégration explicite) puis, en résolvant le système de contraintes, la nouvelle vitesse des corps rigides est déterminée (intégration implicite) et leur position peut être calculée.

À chaque pas de simulation, le simulateur applique 3 couples (externes) sur chaque vertèbre: le couple de rappel tiré des courbes expérimentales ainsi que le couple d'amortissement et d'inertie. Sans ces 2 derniers couples, le système oscille et ne réussit

pas à tendre vers un équilibre statique. On obtient donc l'équation suivante pour chaque vertèbre :

$$M = M_e + k_v \vec{v} + k_a \vec{a} \quad (\text{Équation 3-5})$$

Où M_e est le couple appliqué en fonction des données expérimentales, $k_v \vec{v}$ est l'amortissement et $k_a \vec{a}$ le moment d'inertie.

Lors de la résolution du système de contraintes, une optimisation importante a été utilisée. La complexité de cette résolution est traditionnellement de l'ordre de $O(N^3)$ par rapport au nombre de contraintes (une par degré de liberté sous contrainte) alors que la technique employée a une complexité approximativement linéaire i.e. $O(N)$. Cette méthode (WSF) [77] se base sur l'hypothèse selon laquelle, pour des pas de temps relativement petits, l'effet d'une liaison cinématique est très localisé. Ainsi, son effet peut être calculé sans considérer les autres liaisons à l'intérieur du système. Il s'agit donc plutôt de plusieurs systèmes limités à 6 contraintes (maximum) résolus en plusieurs itérations. Toutes les liaisons en conflit ont tendance à s'annuler avant même que le corps ne bouge.

Cette technique élimine complètement l'exposition de la complexité due au nombre de contraintes et permet la simulation rapide de systèmes complexes. De plus, afin d'augmenter la stabilité et la robustesse du système, un terme permettant un certain degré de violation des contraintes (CFM) a été introduit. L'équation générale d'une contrainte (équation 3-1) devient donc :

$$J \bullet \vec{q} = \vec{e} + k_{CFM} \bullet \lambda \quad (\text{Équation 3-6})$$

Où \vec{e} représente l'erreur contrôlée par le paramètre de réduction d'erreur (ERP) alors que $k_{CFM} \bullet \lambda$ est une matrice diagonale ajoutant des constantes à la diagonale de la matrice du système permettant ainsi des contraintes non strictes. Une valeur (non nulle et positive) permet une violation de l'équation de contraintes par une quantité proportionnelle à k_{CFM} multipliée par la force de restauration λ nécessaire au respect de la contrainte. Ceci permet aussi d'éviter les singularités et les erreurs numériques afin d'améliorer la précision de la factorisation.

L'impact sur l'erreur et la performance de la simulation de plusieurs paramètres de simulation a été étudié. Une première analyse a consisté à mesurer l'erreur de simulation selon la grandeur du pas de simulation (1ms, 2.5ms, 5ms, 10ms, 25ms et 50ms). Ensuite, l'effet de l'optimisation du système de contraintes (passant d'un système à N contraintes de complexité $O(N^3)$ à N systèmes indépendants de complexité constante $O(1)$) a été évalué selon l'erreur et la performance de la simulation. La performance a été mesurée en calculant la durée moyenne de l'étape d'intégration tout en variant la quantité d'unités fonctionnelles (et donc de contraintes) incluses dans la simulation. Ensuite, afin d'évaluer l'impact sur l'erreur, la même simulation a été effectuée avec le rachis complet. Le dernier test sur les paramètres de simulation a été d'évaluer le comportement du système, i.e. la réponse en fréquence (angulaire) de la liaison cinématique, lors de l'utilisation de différentes valeurs pour les facteurs d'amortissement

et d'inertie afin d'évaluer leur impact sur la performance du système en termes de stabilité et de temps de convergence.

3.4 Courbes expérimentales de comportement force-déplacement

Les moments appliqués sur les 3 axes de chaque vertèbre sont déterminés par les courbes expérimentales (force-déplacement) de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992. La position (l'angle intervertébral) au repos détermine le zéro du graphique i.e. la courbe est translatée de façon à ce que l'angle intervertébral corresponde à une force nulle. À chaque pas de simulation, l'angle (relatif au repos) entre chaque paire de vertèbres est calculé. En ignorant les mouvements couplés, cet angle correspond directement à un moment appliqué lors de l'expérimentation (figure 1-15). C'est ce moment qui est directement appliqué sur les 2 corps rigides (supérieur et inférieur) reliés à la liaison cinématique.

Tous les patients utilisent les mêmes courbes qui ont dû être légèrement ajustées pour les besoins du simulateur. Les détails de ces modifications sont présentés dans les prochains paragraphes.

Puisque l'angle intervertébral de certains patients lors de l'inflexion latérale maximale dépasse les limites des valeurs mesurées lors des expérimentations de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland 1992, la plage des graphiques a été agrandie de façon à permettre une variation linéaire de moment en fonction de l'angle pour les valeurs dépassant les

limites des courbes (voir annexe B). La pente de la progression linéaire a été déterminée afin de coïncider avec les 2 derniers points de la courbe du graphique. Ainsi lors des simulations, lorsque l'angle intervertébral dépassait les limites des courbes expérimentales originales, une valeur croissante du moment (M_e de l'équation 3-5) pouvait alors être appliquée aux vertèbres. Sans cet ajustement, le moment de réponse plafonne après un certain seuil et l'angle intervertébral peut alors augmenter sans limites lors de l'augmentation du moment appliqué au système.

Certaines études ont observé une relation entre une asymétrie du mouvement et des pathologies au niveau du rachis (e.g. lombalgie) [72, 73]. Donc, afin de ne pas inclure l'effet de ces pathologies chez les patients scoliotiques utilisés, les courbes expérimentales ont aussi été ajustées (à l'intérieur de l'erreur d'expérimentation) de façon à être symétriques en inflexion latérale et en torsion et ainsi obtenir un comportement similaire entre les mouvements d'inflexion droite et gauche et entre la torsion droite et gauche.

Finalement, des ajustements ont aussi été apportés aux courbes expérimentales de Panjabi et coll. 1994 (segment lombaire) puisque certaines courbes présentent des discontinuités consistant en une diminution de l'angle mesuré lors de l'augmentation du moment appliqué. Certaines valeurs d'angle de rotation ont donc été modifiées afin d'obtenir une évolution croissante de l'angle lors de l'augmentation du moment. En tout, 4 courbes ont subi des modifications : torsion pour les segments L1-L2 et L2-L3 et

flexion/extension pour L3-L4 et L4-L5. Le détail des modifications est présenté à l'annexe B.

3.5 Validation du simulateur

Le simulateur a été validé en reproduisant le test d'inflexion latérale maximale gauche et droit de patients scoliotiques. Le critère utilisé afin d'évaluer la validité δ est le déplacement total des centroïdes des corps vertébraux qui a été possible de reproduire [59].

$$\delta = \left[1 - \frac{\sum_{i=T1}^{L4} |\alpha_i - \beta_i|}{\sum_{i=T1}^{L4} \alpha_i} \right] \times 100\% \quad (\text{Équation 3-7})$$

Où α_i est la distance entre la position du corps vertébral de chaque vertèbre en inflexion latérale et initiale provenant des radiographies et β_i est la distance entre la position du corps vertébral de chaque vertèbre en inflexion latérale et initiale provenant des simulations.

Le mouvement d'inflexion latérale a été simulé en appliquant graduellement un moment sur la vertèbre T1 jusqu'à l'équilibre coïncidant avec la courbe ayant la plus faible erreur de positionnement i.e. la somme des distances entre le corps vertébral et le marqueur associé à sa position finale.

Puisque le marqueur a été identifié sur la radiographie postéro-anérieure en inflexion latérale, sa position 3D réelle est inconnue. Il a donc été placé dans le plan YZ (parallèle

au plan frontal) coïncidant avec le centroïde de la vertèbre auquel il est associé. Ainsi, la distance (l'erreur) se calcule dans le plan YZ uniquement. L'effet de la perspective de la radiographie n'est pas dissocié du calcul de l'erreur de simulation et d'identification puisqu'elle ne peut être précisément calculée sans calibration des images.

La variation de l'angle de Cobb mesuré entre les radiographies postéro-antérieures en inflexion latérale (gauche et droite) et en position neutre (calculé avec le programme SpineView) ainsi que la position de chaque vertèbre ont aussi utilisés pour évaluer la précision du simulateur.

Le nombre de patients nécessaire statistiquement lors d'une distribution normale est déterminé par l'équation suivante :

$$n = \left(\frac{Z_p \sigma}{E} \right)^2 \quad (\text{Équation 3-8})$$

Où n est la taille de l'échantillon, σ est la déviation standard de la population, Z_p indique la valeur (valeur critique) de la distribution normale à $\pm \alpha/2$ pour un intervalle de confiance $p = 1 - (\alpha/2)$ et E est l'erreur acceptée entre la moyenne de l'échantillon et celle de la population.

En se basant sur les résultats de l'étude de Beauséjour [60], la population possède une déviation standard de 5mm sur l'erreur de simulation. En acceptant 3mm d'écart à la

moyenne, le nombre de patients (pour un intervalle de confiance de 97%, $Z_{0,97}=1.89$) est déterminé à 10.

$$n = \left(\frac{1.89 * 5}{3} \right)^2 = 9.9225 \approx 10 \quad (\text{Équation 3-9})$$

Les 10 patients retenus (3 garçons et 7 filles) ont reçu un diagnostic de scoliose idiopathique adolescente, leur âge moyen est de 15.97 ans et ne possèdent pas d'antécédents chirurgicaux au rachis ou d'autres pathologies pouvant interférer avec les résultats. Ils ont été recrutés lors de visites de routine à la clinique d'orthopédie du CHU Sainte-Justine de Montréal sur une base volontaire. Ils correspondent à 10 des 20 patients utilisés par Marie-Ève Lamarre [36] dans son étude sur la création d'un nouveau test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal (section 1.5.7). Le groupe possède un angle de Cobb moyen de 46° dont la plage s'étend entre -37° et -66° ainsi qu'entre 25° et 71°.

CHAPITRE 4 - RÉSULTATS

Ce chapitre présente les résultats des simulations en inflexion latérale pour tous les patients présentés dans le chapitre précédent. L'étude de l'effet de plusieurs paramètres de simulation a aussi été faite de façon à pouvoir analyser leur impact sur l'erreur et la performance de la simulation.

4.1 Résultats par patient

Le tableau 1-1 montre l'erreur moyenne (par patient) de positionnement des vertèbres à la fin des simulations d'inflexion latérale. L'erreur initiale est l'erreur entre la position des centroïdes des corps vertébraux au repos identifiée sur les radiographies et celle provenant de la reconstruction 3D. La variation de l'erreur du simulateur par rapport à l'erreur initiale a aussi été calculée.

Tableau 4-1 Erreur de simulation par patient

Patient	Erreur Initiale	Inflexion gauche		Inflexion droite	
	(mm)	(mm)	variation (mm)	(mm)	variation (mm)
1	5.5 ± 4.0	7.2 ± 3.1	1.7	6.9 ± 3.8	1.4
2	3.3 ± 2.5	4.3 ± 2.2	1.0	5.1 ± 2.7	1.8
3	2.7 ± 1.5	4.3 ± 1.8	1.6	4.5 ± 2.5	1.8
4	8.9 ± 3.3	6.9 ± 2.7	-2.0	7.7 ± 3.7	-1.2
5	4.9 ± 2.4	4.8 ± 2.4	-0.1	3.3 ± 2.0	-1.6
6	6.5 ± 3.0	6.6 ± 2.7	0.1	6.3 ± 5.8	-0.2
7	3.4 ± 1.5	5.4 ± 2.6	2.0	6.2 ± 3.1	2.8
8	3.9 ± 2.0	6.2 ± 2.6	2.3	6.1 ± 3.7	2.2
9	3.3 ± 2.4	3.3 ± 2.0	0.0	5.1 ± 4.2	1.8
10	5.9 ± 3.0	3.9 ± 2.9	-2.0	4.9 ± 2.9	-1.0
Moyenne	4.8 ± 2.6	5.3 ± 2.5	0.5	5.6 ± 3.4	0.8
Erreur maximale	8.9	7.2	2.3	7.7	2.8

Le **Error! Reference source not found.** montre peu de variation de l'erreur de simulation par rapport à l'erreur initiale. La plus grande augmentation de l'erreur lors de l'inflexion latérale gauche est de 2.3 mm observée chez le patient 8 et de 2.8 mm pour l'inflexion latérale droite observée chez le patient 7.

Les figure 4-1 et figure 4-2 montrent les courbes rachidiennes dans le plan frontal pour le meilleur (patient 5) et le pire (patient 7) cas. Les figure A-3, figure A-8 et figure A-10 présentées en annexe montrent également quelques exemples de la fidélité de la reproduction de la courbure des différents tests. De plus, de façon quantitative, le mouvement (distance totale – section 3.5) peut être fidèlement reproduit à plus de 94% pour tous les patients.

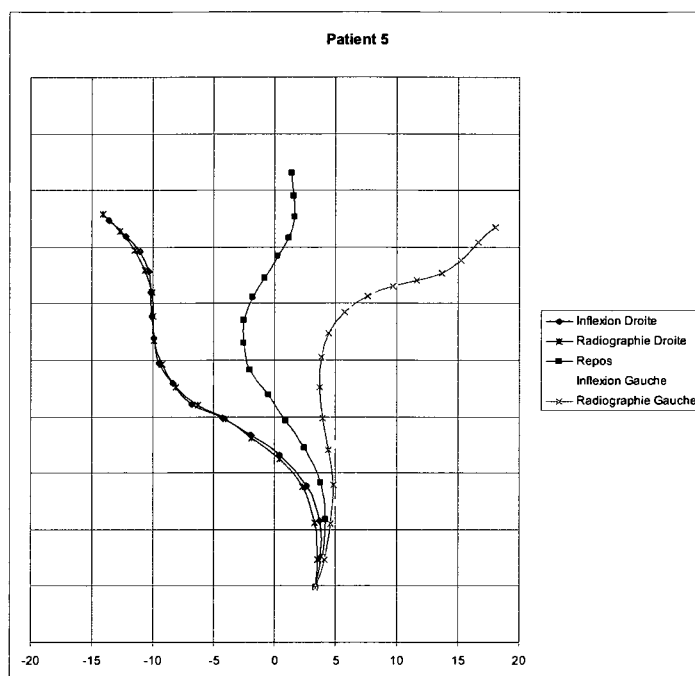


Figure 4-1 Courbes rachidiennes du patient 5

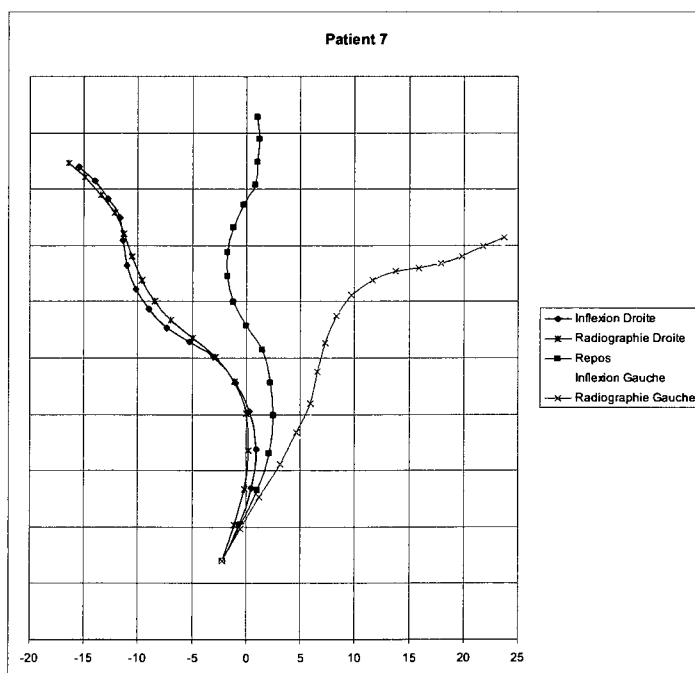


Figure 4-2 Courbes rachidiennes du patient 7

4.2 Résultats par vertèbre

L'erreur de simulation en fonction du niveau vertébral a aussi été calculée (tableau 4-2) en effectuant la moyenne des patients. Un tableau exhaustif des résultats obtenus (position et erreur par patient et par vertèbre) ainsi que les courbes schématiques représentant le résultat de toutes les simulations (20) sont présentés à annexe A pour plus de détails.

Tableau 4-2 Erreur de simulation par niveau vertébral

Vertèbre	Erreur Initiale	Inflexion gauche		Inflexion droite	
	(mm)	(mm)	variation (mm)	(mm)	variation (mm)
T1	2.6 ± 2.8	6.2 ± 3.1	3.6	9.0 ± 4.7	6.4
T2	3.2 ± 2.5	4.7 ± 2.2	1.5	8.0 ± 4.5	4.8
T3	4.7 ± 3.0	5.4 ± 2.2	0.7	7.3 ± 4.0	2.6
T4	4.1 ± 3.3	5.5 ± 2.0	1.4	6.8 ± 3.3	2.7
T5	4.3 ± 2.4	6.0 ± 2.0	1.7	6.6 ± 2.7	2.3
T6	4.8 ± 2.7	4.9 ± 1.9	0.1	5.5 ± 2.7	0.7
T7	5.7 ± 2.5	5.6 ± 2.6	-0.1	5.6 ± 2.7	-0.1
T8	5.9 ± 2.9	5.6 ± 2.8	-0.3	5.2 ± 2.8	-0.7
T9	6.6 ± 3.4	5.3 ± 3.0	-1.3	4.6 ± 2.8	-2.0
T10	6.6 ± 3.9	5.9 ± 2.9	-0.7	4.9 ± 3.5	-1.7
T11	6.5 ± 3.6	6.1 ± 4.0	-0.4	4.8 ± 3.7	-1.7
T12	7.2 ± 3.5	6.2 ± 2.6	-1.0	5.2 ± 3.9	-2.0
L1	5.9 ± 2.2	6.6 ± 2.3	0.7	5.3 ± 3.8	-0.6
L2	5.9 ± 2.2	6.4 ± 2.2	0.5	6.3 ± 4.0	0.4
L3	5.1 ± 2.5	5.9 ± 2.2	0.8	6.5 ± 2.8	1.4
L4	3.2 ± 1.0	3.7 ± 1.6	0.5	3.9 ± 1.6	0.7
L5	0	0	0.0	0	0.0
Moyenne	5.1 ± 2.8	5.6 ± 2.5	0.5	6.0 ± 3.3	0.8
Erreur maximale	7.2	6.6	3.6	9.0	6.4

De la vertèbre T3 à la vertèbre L5, ces résultats montrent également des erreurs de simulation près de l'erreur initiale. Pour l'inflexion latérale gauche et droite, l'augmentation de l'erreur est la plus grande pour la vertèbre T1 soit de 3.6 mm et 6.4 mm. L'utilisation d'un graphique permet de montrer une distribution de l'erreur ayant une tendance légèrement croissante en fonction du niveau vertébral.

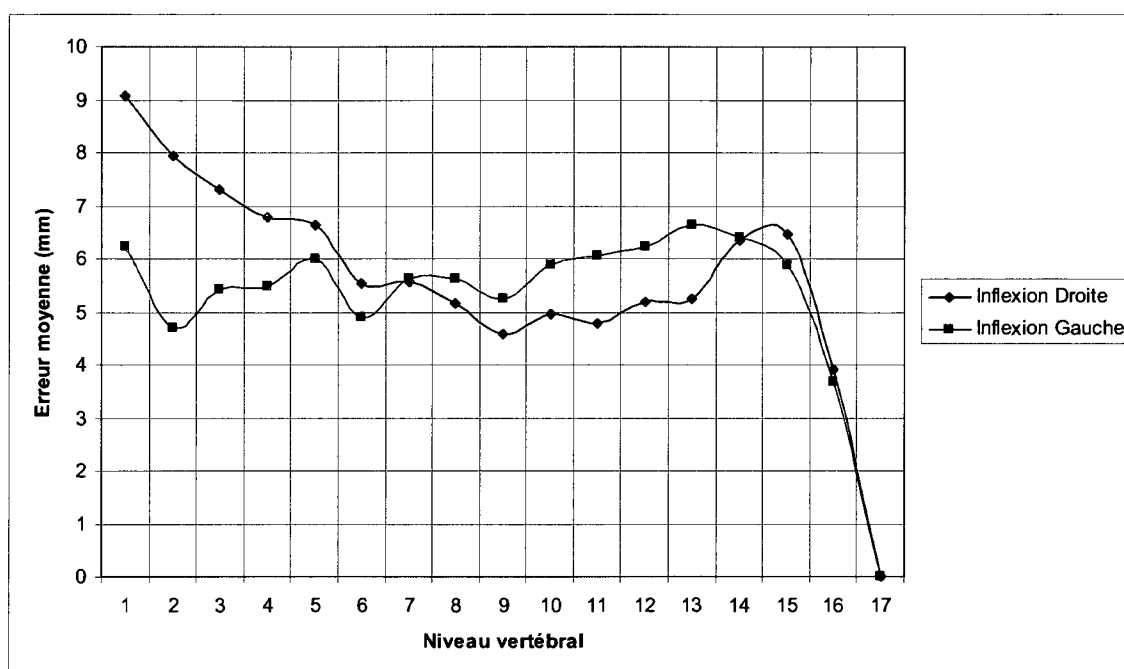


Figure 4-3 Erreur de simulation par niveau vertébral (1 = T1, 17 = T5)

4.3 Angles de Cobb

La métrique de l'angle de Cobb représente une mesure plus globale de la précision du système. Le tableau 4-3 présente la variation de l'angle de Cobb entre la position initiale du patient (position debout au repos) et sa position finale (inflexion latérale maximale gauche et droite) telle que mesurée sur les radiographies postéro-antérieures et calculées à partir des simulations.

Tableau 4-3 Variation de l'angle de Cobb par patient

Patient	Cobb	Initial		Inflexion gauche			Inflexion droite		
		radio	3D	radio	simulé	erreur	radio	simulé	Erreur
		(°)	(°)	(Δ°)	(Δ°)	(Δ°)	(Δ°)	(Δ°)	(Δ°)
1	T7-T11	25	21	-9	-5	4	6	11	5
1	T11-L3	37	33	7	14	7	-21	-15	6
2	T5-T11	47	42	9	9	0	-11	-8	3
2	T11-L4	40	36	-21	-16	5	11	21	10
3	T6-T12	40	36	13	18	5	-3	-6	-3
3	T12-L4	32	28	-20	-19	1	14	11	-3
4	T6-T12	51	44	17	17	0	-13	-5	8
4	T12-L5	48	29	-23	-25	-2	9	18	9
5	T6-T11	63	64	6	12	6	-13	-7	6
5	T11-L4	40	38	-30	-22	8	12	21	9
6	T7-L2	66	62	6	15	9	-27	-23	4
7	T5-T10	55	43	6	4	-2	-18	-8	10
7	T10-L4	49	44	-37	-32	5	21	23	2
8	T6-T12	28	25	8	11	3	-12	-5	7
9	T5-T11	71	71	11	5	-6	-11	-11	0
9	T11-L4	49	46	-18	-14	4	17	24	7
10	T5-T12	55	56	6	8	2	-12	-12	0
10	T12-L5	41	42	-25	-17	8	13	21	8
Moyenne						4			6
Erreur maximale						9			10

La variation de l'angle de Cobb lors de l'inflexion latérale est reproduite avec une erreur de $5^\circ \pm 3^\circ$. Pour la majorité des cas, lors de la réduction de la courbure, la simulation effectue une moins grande diminution de l'angle de Cobb. Lors de l'accroissement de la courbure, la simulation effectue une plus grande augmentation de l'angle de Cobb. De plus, l'erreur des simulations est plus petite que l'erreur de mesure de l'angle de Cobb effectuée sur les radiographies ($\pm 5^\circ$ [36]).

4.4 Couples

Le tableau 4-4 présente les valeurs de couples appliqués sur T1 qui ont été utilisées afin de reproduire les inflexions latérales (gauches et droites) maximales.

Comme mentionné à la section 3.3, les valeurs de couples appliqués sur T1 ont été déterminées de manière empirique de façon à réduire l'erreur moyenne et maximale de positionnement des corps vertébraux lors des simulations. La position finale des patients sur les radiographies postéro-antérieures a été utilisée afin d'estimer l'orientation de T1 (i.e. provenant de la rotation de la tête et des épaules du patient) et ainsi, déterminer le couple à appliquer en torsion. Pour le patient 6 et 10, ce couple en torsion est assez grand (au moins 50% du couple en X) ce qui reflète une grande rotation de la tête et des épaules observée sur les radiographies. Cependant, les couples en Y (correspondant à un mouvement de flexion-extension) sont faibles pour tous les patients. De plus, il n'y a pas de symétrie entre les inflexions droite et gauche.

Puisque le test de flexibilité utilisé dans le présent projet consiste à demander au patient de réaliser une inflexion latérale maximale, le couple selon l'axe X a été mis en relation avec le couple maximal appliqué lors des expérimentations de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992. En raison de la grandeur des pas d'incrémentation du couple lors des simulations, l'erreur sur cette mesure est estimée à environ $\pm 5\%$.

Pour la majorité des patients, le couple en X nécessaire à la reproduction de l'inflexion latérale ne dépasse pas les valeurs maximales (correspondant à 100%) appliquées lors

des expérimentations de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992. Cependant, un dépassement est survenu lors de la simulation de l'inflexion latérale gauche des patients 3 (10%), 4 (20%) et 7 (75%) et lors de la simulation de l'inflexion latérale droite du patient 6 (10%). Pour permettre ces dépassements, les plages des graphiques expérimentaux de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland et coll. 1992 ont été agrandies de façon linéaire tel que décrit à la section 3.4.

Tableau 4-4 Couples appliqués sur T1 reproduisant les inflexions latérales maximales

Patient	Inflexion gauche			Inflexion droite			Couple relatif (X)	
	X	Y	Z	X	Y	Z	Gauche	Droit
	(Nm)	(Nm)	(Nm)	(Nm)	(Nm)	(Nm)		
1	-5.0	0.6	1.0	9.0	-0.5	3.0	50%	90%
2	-5.1	0.0	0.0	6.5	1.0	-2.0	51%	65%
3	-11.0	0.0	1.0	2.5	0.0	-0.5	110%	25%
4	-12.0	-1.0	2.0	3.5	0.0	-1.0	120%	35%
5	-9.2	0.0	0.8	6.0	1.1	0.0	92%	60%
6	-8.0	0.5	4.0	11.0	0.0	5.5	80%	110%
7	-17.5	1.0	-1.5	6.4	1.0	3.0	175%	64%
8	-5.6	0.2	0.0	2.0	0	0.0	56%	20%
9	-2.8	0.0	0.0	7.8	1.5	-2.2	28%	78%
10	-2.9	-0.9	-5.5	6.0	0.0	0.0	29%	60%
Moyenne	-7.9	0.0	0.2	6.1	0.4	0.6	79%	61%

4.5 Erreur et pas de simulation

La figure 4-4 présente une étude de la précision (erreur) en fonction de la durée du pas de simulation. Le test d'inflexion latérale maximale droit du patient 5 a été utilisé puisqu'il possède une très faible erreur. Ainsi, la borne minimale du graphique est moins limitée et offre de meilleures possibilités de réduction en précisant les calculs de la simulation avec un pas de temps plus petit. Le graphique montre une très faible

augmentation de l'erreur moyenne de positionnement des centroïdes des corps vertébraux lors de l'augmentation du pas de temps.

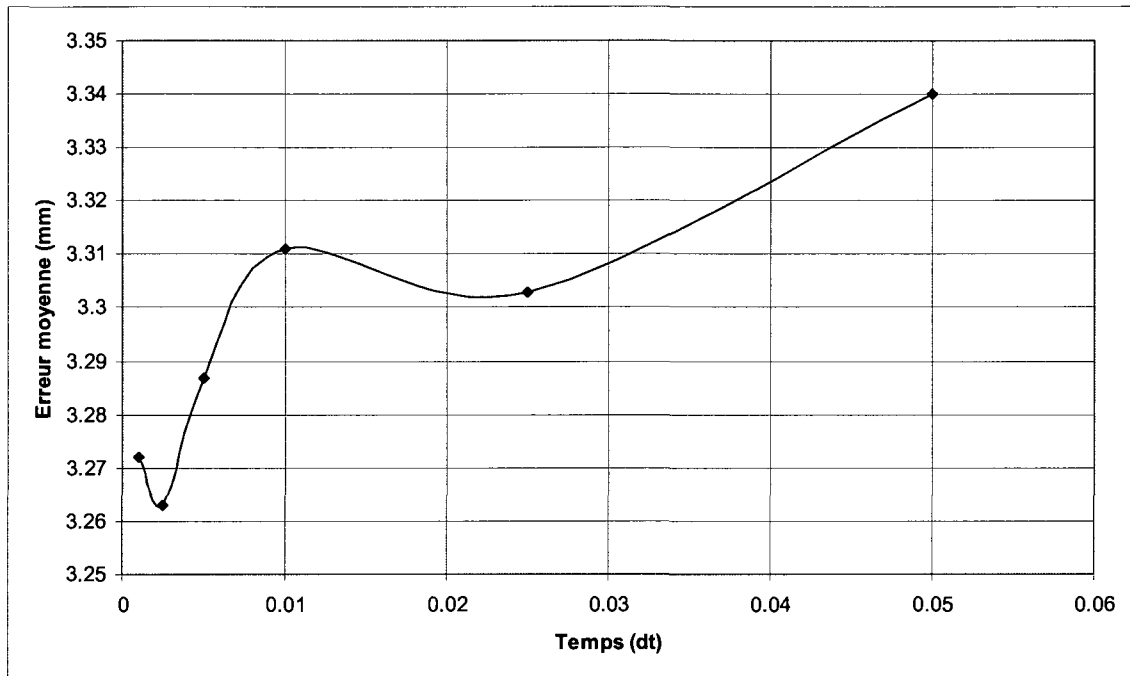


Figure 4-4 Impact du pas de temps sur l'erreur moyenne

4.6 Performance, erreur et nombre de contraintes

En utilisant toujours le test d'inflexion latérale maximale droit du patient 5, l'effet de l'optimisation du système de contraintes (passant d'un système à N contraintes de complexité $O(N^3)$ à N systèmes indépendants de complexité constante $O(1)$ tel que présenté à la section 3.3) a été évalué.

Dans les 2 cas, toutes les simulations ont été effectuées avec une précision moyenne de 3.3 mm, avec l'optimisation activée (WSF) avec un nombre différent d'itérations (nombre d'itérations pour résoudre le système de contraintes). Pour un nombre

d'itérations trop faible (inférieur à 5), le système n'atteint pas l'équilibre statique requis. Le graphique suivant montre un accroissement du temps d'exécution lors de l'augmentation du nombre d'itérations et du nombre de contraintes. Plus précisément, l'augmentation créée par la variation du nombre de contraintes suit une courbe exponentielle lors de l'utilisation de la version non optimisée (WS).

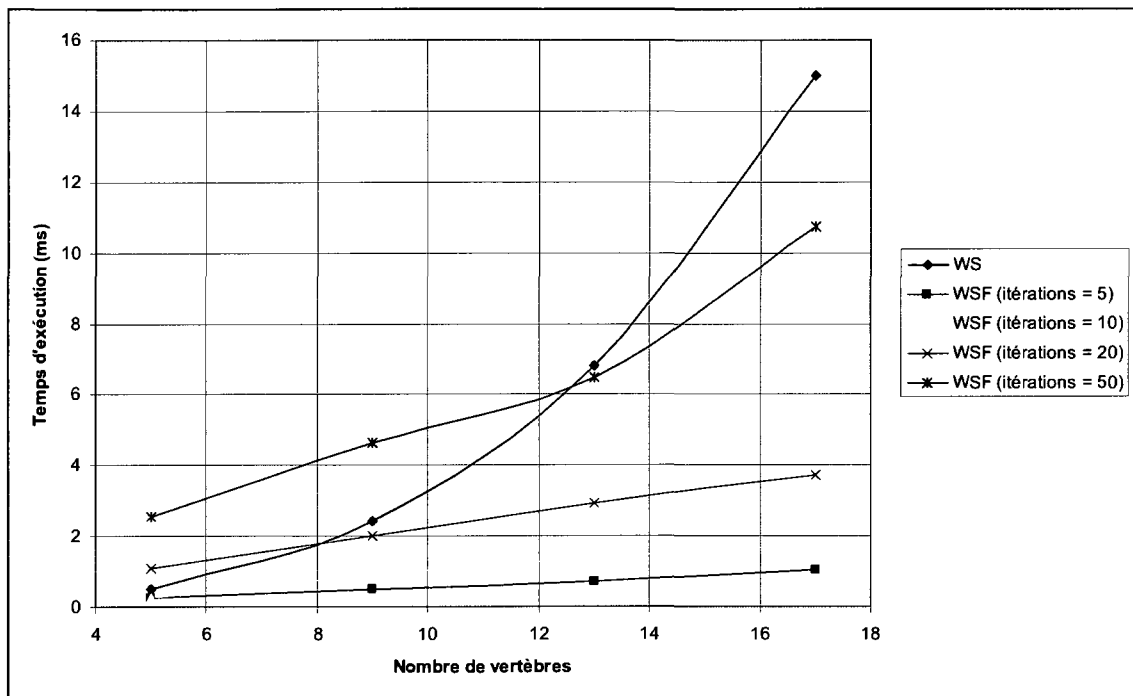


Figure 4-5 Impact de WSF sur la performance

La figure 4-6 montre une diminution de l'erreur moyenne de positionnement des centroïdes des corps vertébraux lors de l'augmentation du nombre d'itérations utilisé pour résoudre le système de contraintes.

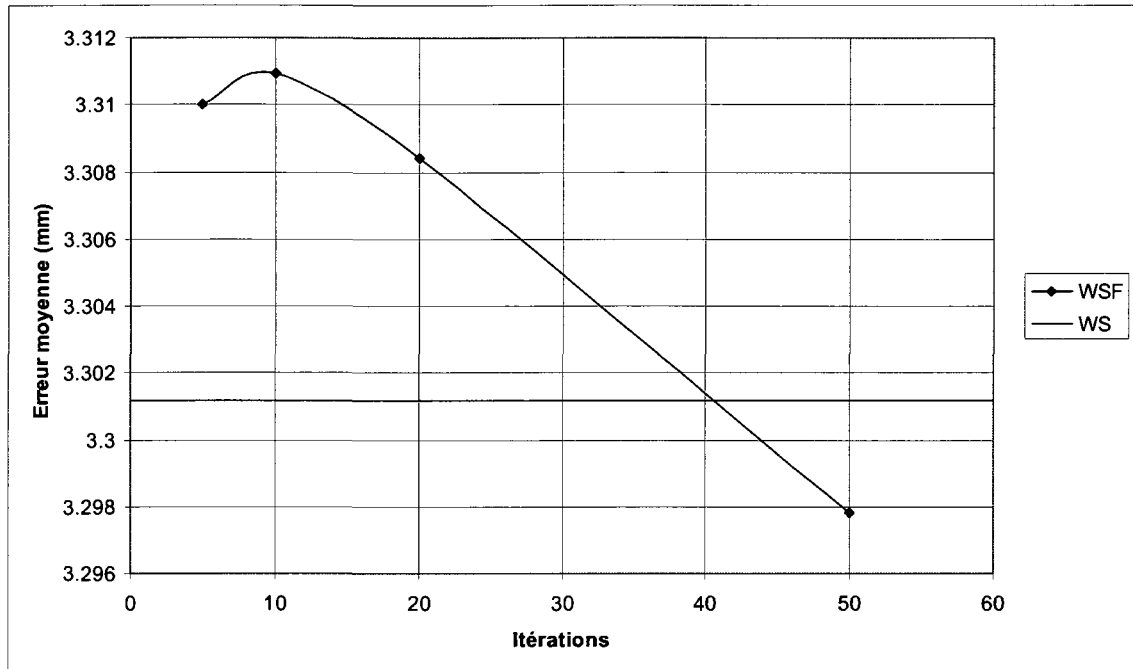


Figure 4-6 Impact de WSF sur l'erreur moyenne

4.7 Amortissement et inertie

La réponse en fréquence (angulaire) de la simulation de la liaison cinématique lors de l'inflexion latérale maximal droit du patient 5 a été évaluée selon différents facteurs d'amortissement et d'inertie afin d'évaluer leur impact sur la performance du système en termes de stabilité et de temps de convergence.

Les résultats sont présentés à la figure 4-7 et figure 4-8. Pour plus de clarté, uniquement la liaison T5-T6 ainsi que la liaison T12-L1 sont présentées puisqu'elles représentent bien les autres courbes du segment thoracique et lombaire. Toutes les valeurs utilisées permettent au système d'atteindre l'équilibre.

La figure 4-7 montre peu de variation pour les différentes valeurs d'amortissement. Le temps nécessaire à la stabilisation est semblable (moyenne de 225 secondes). Cependant, un dépassement de la valeur de référence survient lors de l'utilisation d'un facteur d'amortissement de 500.

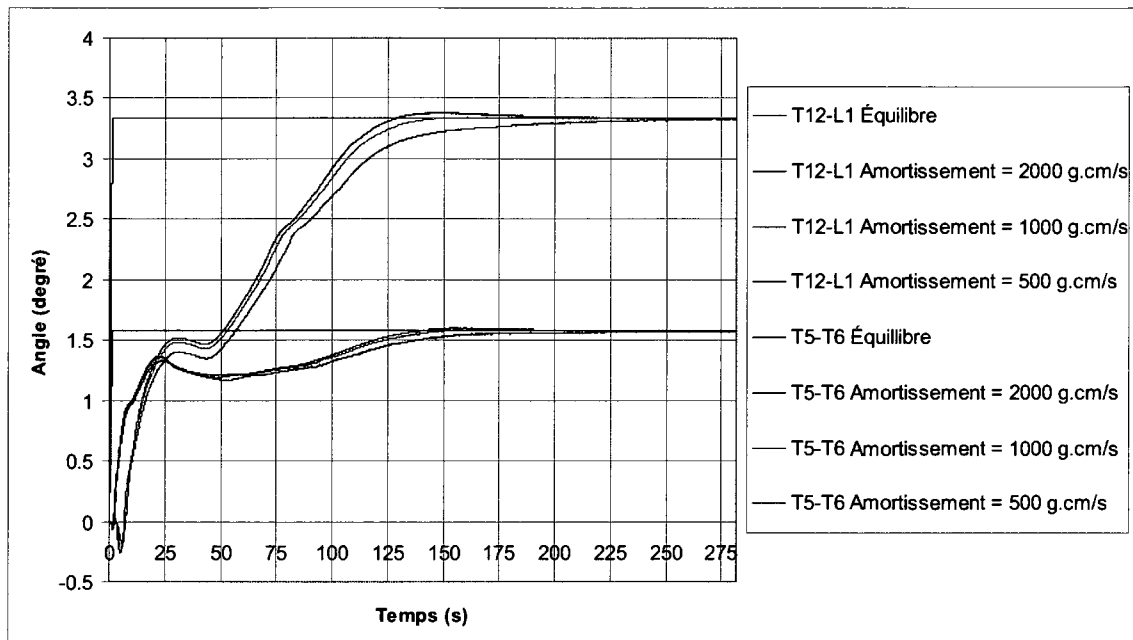


Figure 4-7 Réponse en fréquence selon l'amortissement

La figure 4-8 montre un comportement différent selon différentes valeurs du facteur d'inertie. Pour une faible valeur (15 à 25), le système oscille autour de la valeur de référence avant de se stabiliser. Pour une valeur de 30 à 50 et de 60 à 100, le système se stabilise graduellement. Cependant, le temps nécessaire est plus faible lorsque le facteur d'inertie est de 30 à 50 soit de 150 secondes comparativement à 225 secondes pour une valeur de 15 à 25 et 425 secondes pour une valeur de 60 à 100.

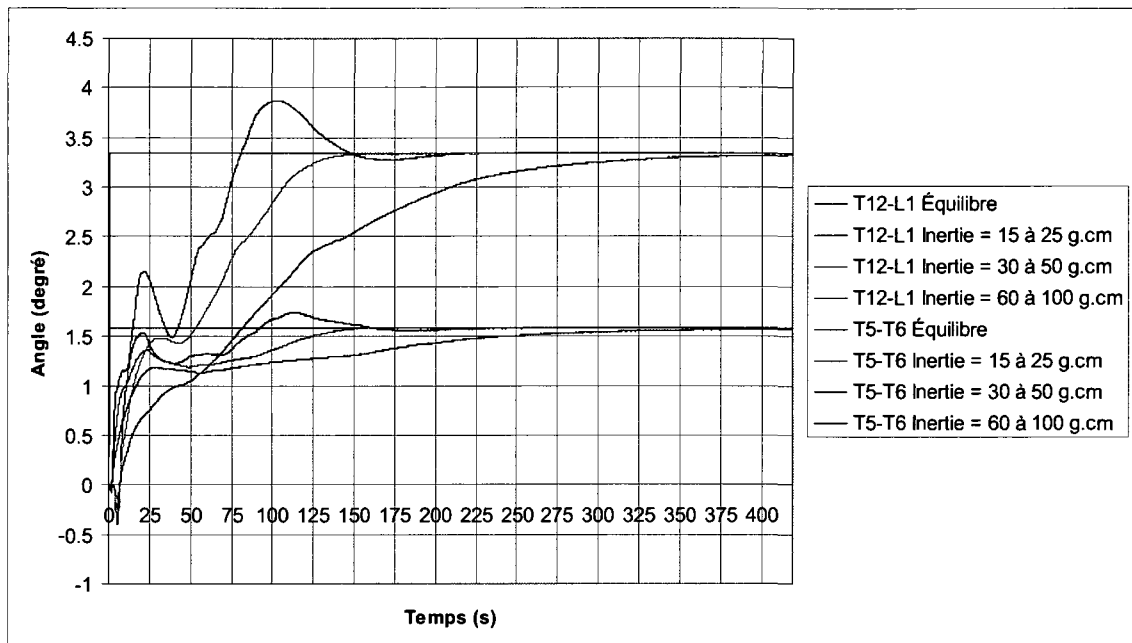


Figure 4-8 Réponse en fréquence selon l'inertie

4.8 Paramètres de simulation

Les résultats présentés dans les sections précédentes ont guidé l'utilisation des valeurs suivantes (tableau 4-5) pour les différents paramètres de simulation de façon à équilibrer la précision par rapport à la vitesse d'exécution.

Tableau 4-5 Paramètres de simulation

Paramètre	Valeurs
Facteur d'amortissement	30 à 50 g·cm/s
Facteur d'inertie	1000 g·cm
Pas de simulation (dt)	25 ms
ERP	0.8
CFM	0.0001
Nombre d'itérations (WSF)	20

Le temps d'exécution moyen pour la simulation du mouvement complet d'inflexion latérale maximale jusqu'à l'atteinte de l'équilibre est de 213 secondes. Ceci ne représente pas les performances du système. Il a été possible d'effectuer toutes les simulations en temps réel i.e. où le temps nécessaire pour réaliser la simulation était plus petit que la période de temps devant être simulée. Avec un pas de temps de 25ms, le système (AMD AthlonXP 1800+) pouvait exécuter entre 100 et 200 itérations par seconde avec un ratio d'affichage 10:1 pour atteindre environ 30Hz et permettre un niveau d'interactivité acceptable. Sur de plus gros systèmes, les performances peuvent augmenter de plus d'un ordre de grandeur.

CHAPITRE 5 - ANALYSE ET DISCUSSION

Les résultats présentés à la section précédente montrent que le simulateur permet la reproduction du test d'inflexion latérale maximale avec une erreur de $5\text{mm} \pm 3\text{mm}$ dans 95% des cas. Aussi, plus de 94% du mouvement a pu être reproduit ce qui est supérieur aux valeurs obtenues lors de l'étude de Descrimes et coll [59] (62% à 85%) pour lesquelles ils avaient conclu que la reproduction du test d'inflexion latérale était acceptable. Cependant, pour le présent projet, puisque l'erreur s'accumule entre les niveaux vertébraux et que L5 est à l'origine du référentiel, la distribution de l'erreur montre une tendance croissante en fonction du niveau vertébral (figure 4-3). De plus, puisque le segment lombaire se trouve normalement dans l'axe vertical central de la radiographie alors que le haut du segment thoracique se trouve à l'extrémité lors de l'inflexion latérale, l'effet de perspective tend à déformer la position des marqueurs et augmente ainsi artificiellement l'erreur et la tendance du graphique présenté à la figure 4-3. En utilisant le ratio entre l'erreur initiale et finale, la courbe montre que l'erreur reste stable sauf à partir de T3 où elle monte en flèche (figure 5-1). Le mouvement en torsion de la tête et des épaules visible sur les radiographies effectué par plusieurs patients lors de l'inflexion latérale maximale concorde aussi avec une augmentation de l'erreur dans le haut du segment thoracique. En raison des erreurs de mesures élevées sur la rotation axiale vertébrale évaluée à partir d'une radiographie ($\pm 3.6^\circ$ [19]), il n'a pas été possible d'effectuer une corrélation entre le mouvement de la tête et la rotation axiale de la vertèbre T1 mesurée sur la radiographie. Malgré l'application d'un couple en

torsion (lors des simulations) utilisé pour réajuster l'orientation des vertèbres, ce mouvement explique en grande partie cette tendance. Ce mouvement de la tête et des épaules concorde aussi avec les grandes valeurs de couple en torsion obtenues pour certains patients (i.e. patient 6 et 10 (tableau 4-4)).

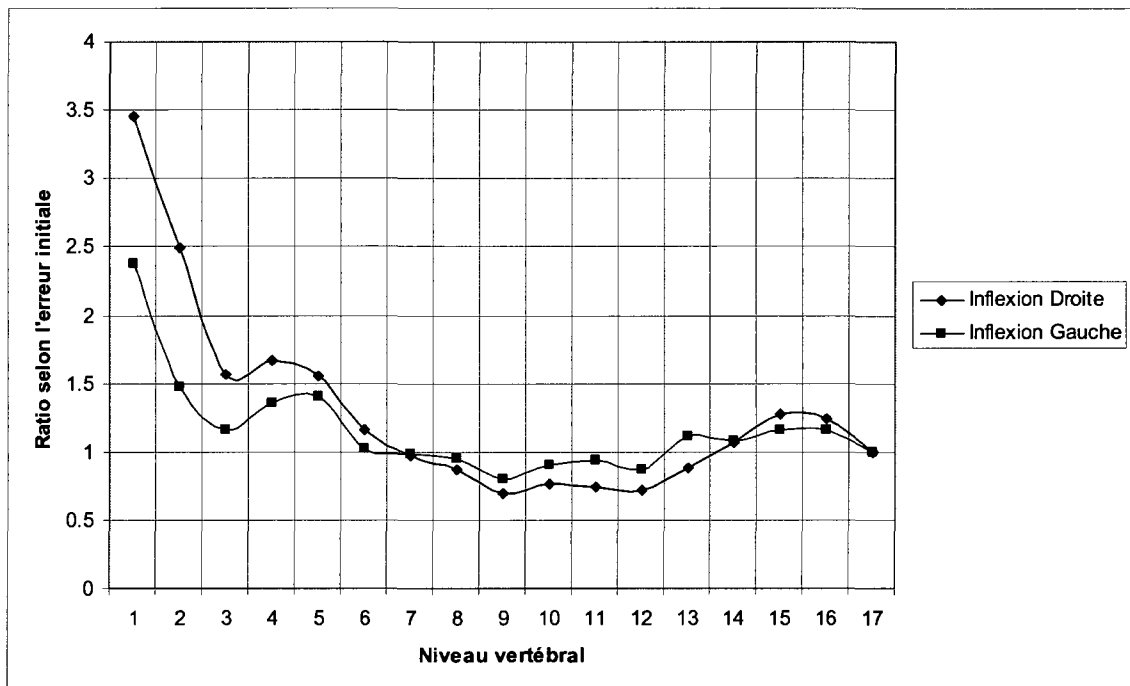


Figure 5-1 Erreur de positionnement (ratio) selon le niveau vertébral (1 = T1, 17 = T5)

La simplification selon laquelle l'inflexion latérale peut être contrôlée uniquement par l'application de couples sur T1 semble donc être une composante importante des erreurs rencontrées pour certains cas de simulation. Dans ces cas, la courbe est difficilement reproductible et possède un point d'inflexion suggérant l'application de forces sur un sous ensemble du rachis qui pourrait provenir de l'effet des muscles. Par exemple, lors de l'inflexion latérale droite, le haut de la courbe du patient 2 est difficilement reproductible (figure 5-2).

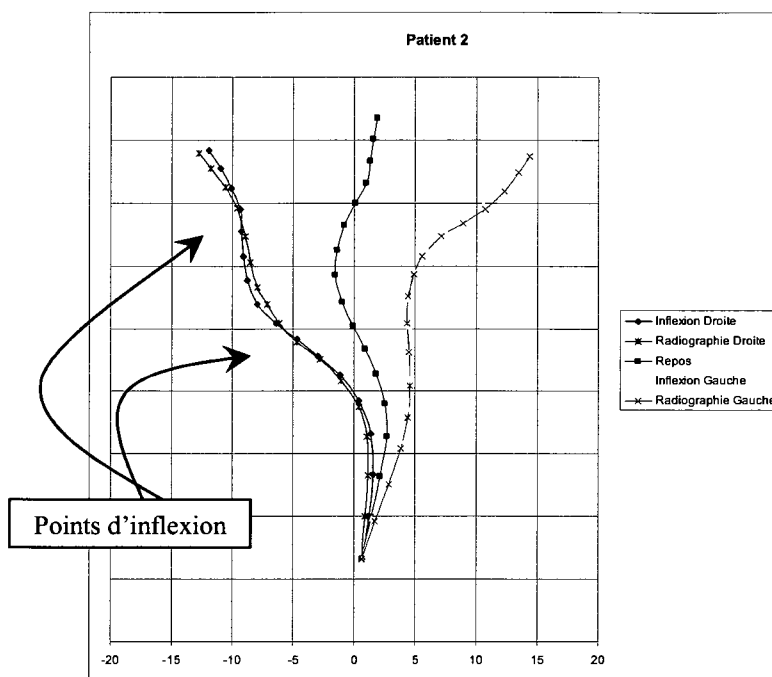


Figure 5-2 Courbes rachidiennes avec mouvement de torsion du patient

L'application de forces directionnelles sur plusieurs parties du rachis (simulant ainsi grossièrement l'effet des muscles du tronc) aurait pu améliorer ces résultats. Par contre, des recherches préliminaires sur cette avenue ont montré que la simulation était très sensible au choix des points d'attache, de la distribution des forces ainsi que de leur orientation et devient particulièrement complexe dans le cas de patients scoliotiques. Il s'agit cependant d'une méthode réduisant considérablement le temps de convergence qui aurait le potentiel de simuler de façon beaucoup plus réaliste le mouvement du rachis lors de l'inflexion latérale. Dans son modèle, Beauséjour [74] a intégré les muscles et leur recrutement. Les patrons de recrutement utilisés ont permis de reproduire le test d'inflexion latérale pour deux patients sains. Plus de travaux sont cependant requis afin de bien caractériser et modéliser l'effet musculaire sur le rachis scoliotique.

Puisque les simulations ont été effectuées de façon manuelle, l'opérateur doit estimer (si nécessaire) la force appliquée (en flexion/extension ainsi qu'en torsion) par le patient lors de l'inflexion latérale. Dans plusieurs cas, la radiographie montre mal ces subtilités et l'opérateur doit procéder à tâtons et trouver la configuration permettant de mieux représenter la courbe tout en restant fidèle à la radiographie. En moyenne, cette recherche a été réalisée en moins de 4 minutes. Une recherche automatisée a été implémentée (section 3.3) mais celle-ci est relativement longue d'exécution puisqu'elle attend que le système se stabilise à chaque incrément. De plus, cette méthode n'applique pas de couple en torsion en fonction de la position finale du patient. Afin d'améliorer le temps d'exécution de la méthode automatique, une première estimation des forces pourrait être réalisée et une reconstruction 3D du rachis du patient en inflexion latérale maximale permettrait une recherche des forces selon tous les plans.

Dans leur étude sur la création d'un nouveau test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal, Lamarre et coll. [7, 36] ont conclu que le calcul des forces n'a pas été atteint pour ce concept. La matrice de pression, permettant de mesurer les forces entre le patient et la structure arquée, n'a considéré que les forces normales à la structure. Des améliorations devront être apportées afin d'améliorer l'évaluation des forces de cisaillement. Ainsi, une comparaison avec les forces obtenues à l'aide du simulateur proposé dans le présent projet pourra être réalisée.

L'orientation initiale des vertèbres lors de la reconstruction est aussi une source d'erreurs importante. Comme l'unique personnalisation (fonctionnelle) de la simulation

repose sur la position et l'orientation des vertèbres, ces paramètres sont cruciaux. L'orientation semble d'ailleurs être l'élément principal permettant de caractériser la déformation scoliotique à l'intérieur du simulateur i.e. la position a un moindre impact puisqu'elle n'est pas utilisée dans le calcul de l'angle intervertébral. Ainsi, malgré une faible erreur de reconstruction (1.5 mm [69]), l'orientation (déterminée par le produit cartésien de 2 vecteurs créés à partir de 3 marqueurs) peut introduire dans le système une erreur non négligeable qui s'amplifie au cours de la simulation. Les figures 5-3 et 5-4 montrent des cas problématiques qui ont été rencontrés chez les patients 5 (L1) et 9 (T2 ainsi que la liaison T6-T7). Cette erreur s'amplifie parce qu'elle pousse la vertèbre plus rapidement dans la portion plus plane de la courbe force-déplacement utilisée. Ainsi, il s'agit d'une relation non linéaire où la variation de l'angle implique de plus en plus de variation de force.

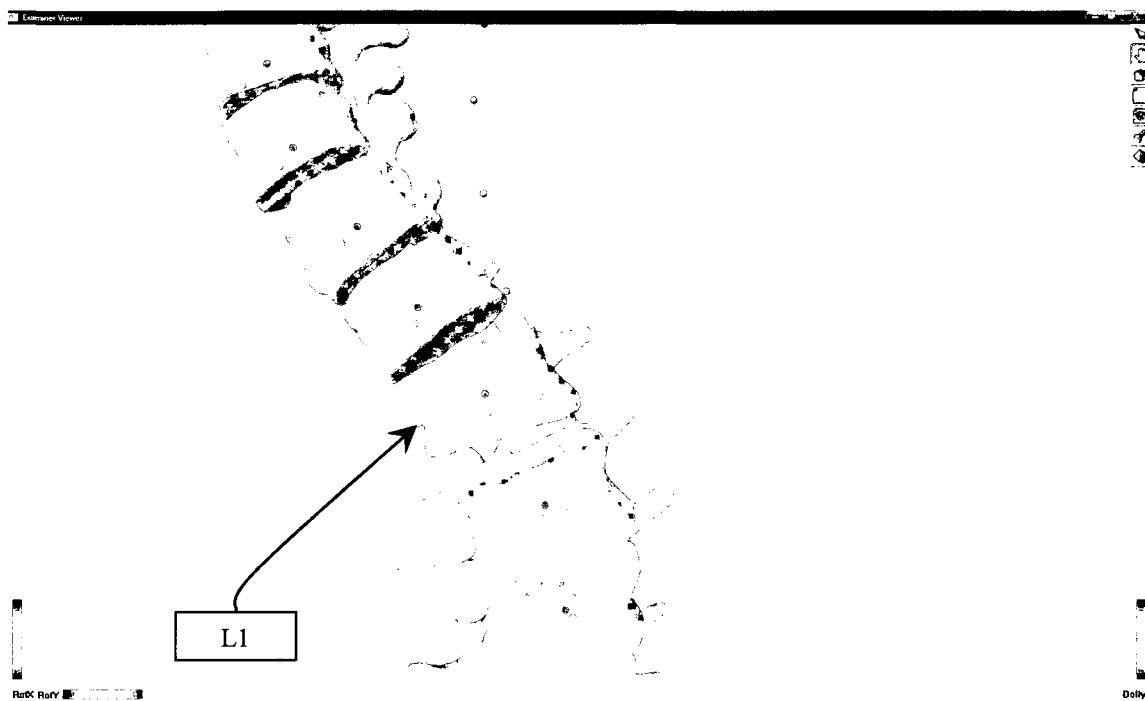


Figure 5-3 Mauvaise orientation de L1 pour le patient 5

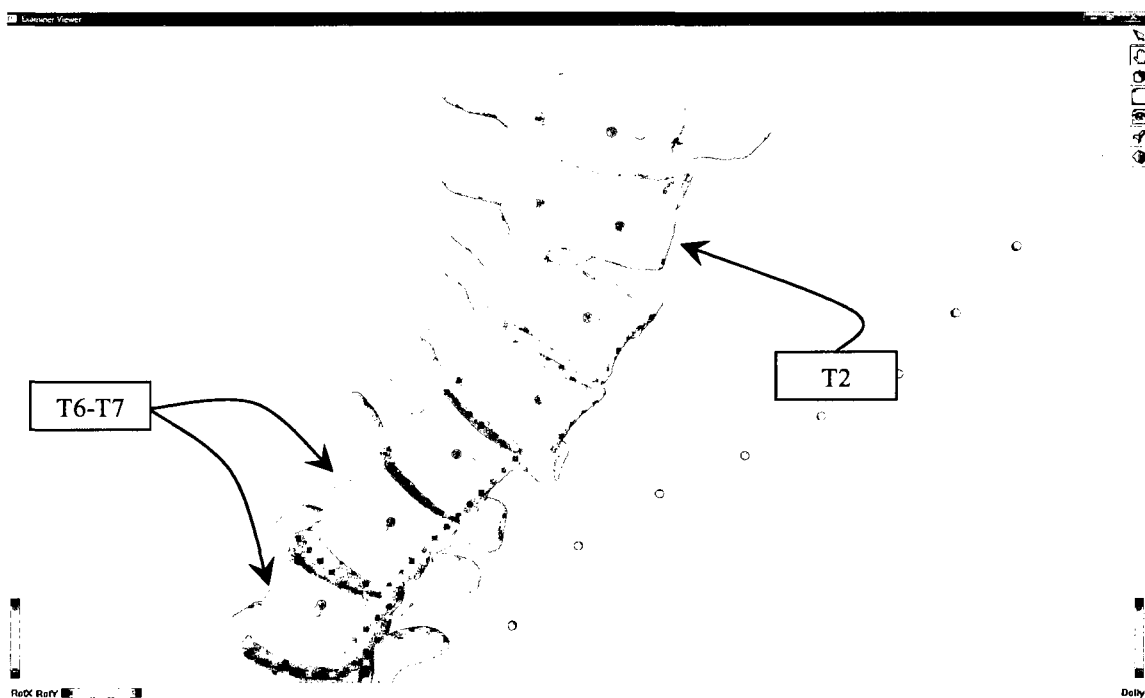


Figure 5-4 Mauvaise orientation de T2 et T6-T7 pour le patient 9

Ces erreurs d'orientation des vertèbres produites lors de la reconstruction 3D peut expliquer, en partie, les différences parfois importantes (jusqu'à 10°) entre la mesure de l'angle de Cobb effectuée directement sur les radiographies et celle provenant de la reconstruction 3D (tableau 4-3). Ces différences proviennent également de la précision ($\pm 5^\circ$ [36]) de la mesure de l'angle de Cobb sur les radiographies. De plus, le choix des marqueurs utilisés pour l'évaluation de l'orientation des vertèbres (section 3.1) a probablement un impact sur les résultats.

Un autre élément important ayant un impact sur les différences entre les angles de Cobb récupérées directement sur les radiographies et ceux provenant du simulateur est l'orientation du patient et de la reconstruction 3D selon le référentiel global. Puisque les images radiographiques au repos et en inflexion latérale ne sont pas prises au même moment et sont produites à l'aide de 2 systèmes différents (EOS et Fuji), l'orientation du patient selon le film radiographique peut différer. De plus, lors de la reconstruction 3D du rachis, des rotations sont appliquées à la colonne vertébrale afin d'éliminer les rotations de la vertèbre L5 selon le référentiel global. Ainsi, puisque l'angle de Cobb est évalué selon le plan frontal et que l'orientation du rachis influence cette mesure, ces différences entre le positionnement du patient lors de la prise des images radiographiques et le rachis reconstruit sont une source d'erreur.

Pour le présent projet, les images radiographiques n'ont pas été calibrées. Afin de réduire les erreurs reliées, une mise à l'échelle linéaire entre la position des marqueurs au repos et en inflexion latérale a été appliquée. Cependant, puisque les systèmes

radiographiques EOS et Fuji correspondent respectivement à une caméra de type cylindrique et de type perspective, cet ajustement introduit de l'erreur puisqu'il ne tient pas compte de l'effet de la perspective. De plus, l'étirement qui pourrait être réalisé par le patient lors de l'inflexion latérale n'est plus représenté.

Les simplifications dues à la modélisation de l'articulation intervertébrale par une contrainte sphérique et à la modélisation de la réponse des éléments intervertébraux suivant le mouvement principal sont aussi une source probable d'erreur. Les mouvements couplés (rotation et translation) sont normalement assez faibles i.e. de 5% à 40% pour le segment lombaire et environ 10% pour le segment thoracique par rapport au mouvement principal. Avec l'accumulation, ces éléments peuvent certainement expliquer certaines imprécisions. Ces observations concordent avec les conclusions de Petit [13] sur la modélisation de l'articulation intervertébrale par une liaison sphérique pour un modèle par multi-corps flexibles simulant les manœuvres d'instrumentation chirurgicale.

D'autres sources d'erreur (plus générales) peuvent avoir une influence sur la flexibilité du rachis. Par exemple, les côtes et les muscles inter-costaux ajoutent de la rigidité à la région thoracique. La pression intra-thoracique et intra-abdominale peut ajouter du support à la région thoracique et lombaire. De plus, les courbes expérimentales sont produites par l'étude de vertèbres saines (non scoliotiques) qui pourraient posséder des propriétés mécaniques différentes. Aussi, le préchargement appliqué et maintenu sur le spécimen lors de ces expériences, n'a pas été appliqué au modèle. Lors de ces

expériences, ce préchargement est effectué sans tenir compte des charges produites par les muscles afin de contrebalancer le moment créé par le poids des parties localisées à une certaine distance de la vertèbre en question. [25] De plus, lors des simulations, la charge sur chaque vertèbre provenant de la gravité n'a pas été modélisée. Par contre, puisque la forme des courbes semble être assez bien reproduite dans plusieurs cas, ces facteurs semblent avoir un impact relativement mineur dans le cadre de ce projet.

La simulation du test d'inflexion latérale maximale est donc apte (à 5mm près en moyenne) à prédire le déplacement de la colonne vertébrale lorsque le modèle inclut directement le comportement du rachis provenant des expérimentations de Panjabi et coll. 1976, 1994 et Oxland 1992 et confirme l'hypothèse énoncée précédemment (chapitre 2). La personnalisation obtenue pour chaque patient consiste aux couples trouvés permettant de reproduire ses mouvements d'inflexion latérale maximale.

Bien que le simulateur ait reproduit adéquatement la courbure du rachis pour les patients présentés dans ce projet, ce travail comporte certaines limitations. Par exemple, certaines déformations physiologiques importantes des vertèbres ont très probablement une influence non négligeable sur la forme (ainsi que sur les limites) des courbes expérimentales. Ces déviations n'ont pas été observées au sein de l'échantillon de patients utilisés mais devraient être modélisées afin de supporter une plage plus importante de patients – spécialement ceux possédant des déformations vertébrales majeures.

Malgré la simplicité du modèle, la simulation par corps rigides donne des résultats encourageants. Les différentes approximations numériques et optimisations internes semblent avoir un effet contrôlé et raisonnable sur l'erreur de simulation et permettent de prévoir de futurs systèmes plus complexes et plus détaillés. Plus précisément, l'introduction de boucles de dépendance dans le système (tel que la tige et les implants de l'instrumentation) pourrait demander un nombre d'itérations plus grand afin de résoudre le système de contraintes de façon adéquate.

Une avenue intéressante des simulations par corps rigide est l'inclusion directe de la géométrie surfacique précise des corps vertébraux afin de simuler les contacts au niveau des facettes articulaires par exemple. Une étude préliminaire en ce sens a cependant conclu que l'imprécision des techniques de reconstructions 3D était présentement un facteur limitant grandement leur utilisation. Par exemple, il n'est pas rare de rencontrer plusieurs contacts et interpénétrations (illustrés ici par des points rouges au point de contact) dans la position debout (au repos) tel que montré à la figure 5-5. Pour ce cas particulier, plus de 1000 contacts sont présents. Il devient encore plus difficile d'inclure leur apport lors des mouvements du rachis puisque leur nombre explose rapidement. Puisque les contacts sont principalement concentrés dans la partie postérieure du corps vertébral, ils indiquent que la précision de la reconstruction à cet endroit est probablement inférieure à l'erreur publiée. Leur inclusion lors de l'étape de reconstruction pourrait donc être un facteur supplémentaire permettant d'augmenter sa précision.

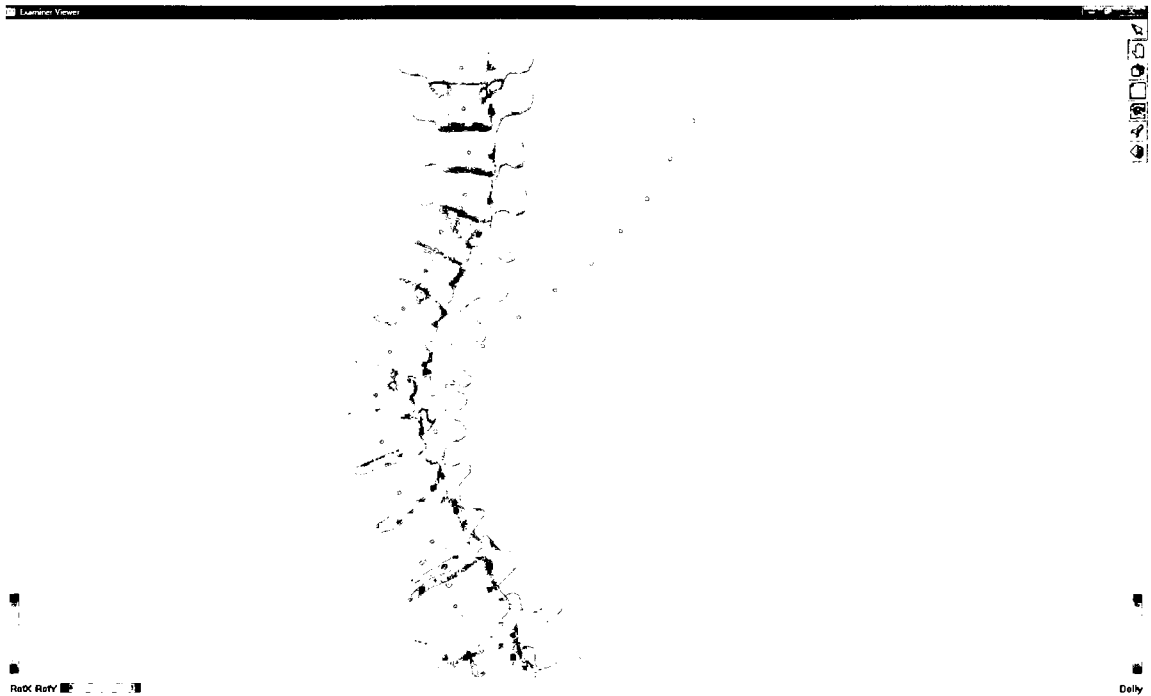


Figure 5-5 Contacts au repos

Pour le présent projet, les éléments intervertébraux ont été modélisés par un seul élément soit une contrainte sphérique variant de position dans le plan frontal selon l'angle intervertébral. Leur réponse a été modélisée par l'application directe sur les vertèbres de couples tirés des courbes expérimentales selon l'angle intervertébral. Celle-ci a dû être entièrement codée permettant ainsi un contrôle complet du comportement intervertébral. Cette représentation diffère du modèle par multi-corps flexibles développé au CHU Sainte-Justine et à l'École Polytechnique de Montréal utilisant un élément générique disponible sous le logiciel MSC.ADAMS nécessitant la spécification d'une matrice de rigidité 6x6 incluant les six degrés de libertés.

De plus, comparativement aux approches de simulation du rachis rapportées dans la littérature (éléments finis [8-12, 39-41], multi-corps flexibles [13, 42-47]), la méthode

utilisée pour le présent projet a été conçue de manière à produire des simulations interactives ou temps réel au prix de la précision. Ceci est possible en posant des hypothèses simplificatrices, par exemple, pour des pas de temps relativement petits, l'effet d'une liaison cinématique est très localisé et donc son effet peut être calculé sans considérer les autres liaisons à l'intérieur du système. Les résultats obtenus montrent que les tests d'inflexion latérale maximale de patients scoliotiques peuvent être prédits malgré ces simplifications. Aussi, puisque le code de la librairie utilisée (Open Dynamic Engine) est entièrement disponible, il est possible d'appliquer des optimisations afin d'accélérer l'exécution des simulations.

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Les résultats montrent que le test d'inflexion latérale maximale droit et gauche peut être adéquatement reproduit, à 5mm/5° d'écart en moyenne, avec le simulateur présenté dans ce projet. Ainsi, puisqu'il permet de déterminer les forces de réponse des éléments intervertébraux, celles-ci pourront être utilisées afin de déterminer quantitativement la flexibilité du patient.

La précision des mouvements produits par le simulateur, obtenue dans le présent projet, contient l'erreur de reconstruction 3D et l'erreur de positionnement lors de l'identification des marqueurs. Une approche limitant ces erreurs serait à développer. Par exemple, une reconstruction 3D précise (équivalente aux reconstructions réalisées avec les images radiographiques EOS) du patient à la fin du mouvement pourrait probablement réduire l'erreur de positionnement des centres vertébraux et permettre une recherche automatisée qui tenterait de reproduire la position et l'orientation de chaque vertèbre.

La méthode de simulation est aussi un premier pas encourageant dans l'élaboration de systèmes temps réel. Cependant, plus de développements sont nécessaires afin d'évaluer le succès de cette technologie avec des modélisations plus complexes. Par exemple, la séparation des éléments de l'articulation intervertébrale pourrait permettre d'isoler leur apport respectif afin de déterminer s'il y a une correspondance entre les non linéarités des courbes force-déplacement des unités fonctionnelles et des ligaments. Les

mouvements couplés pourraient être modélisés afin d'obtenir un comportement plus fidèle.

La modélisation musculaire pourrait aussi être une avenue intéressante de recherche à explorer. Elle permettrait d'appliquer des forces directionnelles sur les corps vertébraux de façon à représenter plus fidèlement le mouvement dynamique plutôt que par une succession de plusieurs états statiques. La modélisation de la viscoélasticité de l'articulation intervertébrale permettrait aussi d'utiliser la simulation du rachis dans des états qui ne sont pas à l'équilibre. Par exemple, il serait possible de simuler le mouvement dynamique et ainsi reproduire les captures de mouvement effectuées lors du test d'inflexion latérale maximale.

Avec une reconstruction plus précise, les contacts entre les corps vertébraux pourraient être utilisés dans le modèle de simulation et ainsi fournir une composante additionnelle à la limitation du mouvement. Ainsi, la simulation du retrait des éléments postérieurs des vertèbres (e.g. facetectomie) pourrait permettre d'étudier leur impact et ainsi aider à guider les chirurgiens sur le choix des niveaux devant subir ce retrait. L'affichage des parties en contact et des interpénétrations pourrait aussi être utilisé afin d'effectuer une étape de validation lors de la reconstruction 3D afin de détecter les incohérences (surtout pour les éléments postérieurs qui sont très difficiles à visualiser) et permettre d'effectuer leur correction.

Plusieurs possibilités d'optimisation sont envisageables afin de gérer l'augmentation de complexité des modèles. Par exemple, une grande partie du calcul peut être parallélisée

sur plusieurs processeurs et même redirigée sur des unités de calculs en flux continu (GPU) encore plus performants [78]. Ainsi, malgré leur inclinaison pour la performance au détriment d'une certaine précision, celle-ci semble être suffisante pour la simulation de mouvements rachidiens. Et puisqu'un tel système semble être mieux adapté au milieu clinique en raison de son temps d'exécution, il offre ainsi plus d'opportunités d'être utilisé.

RÉFÉRENCES

- [1] S. Delorme, Y. Petit, J. A. de Guise, H. Labelle, C. E. Aubin, et J. Dansereau, "Assessment of the 3-D reconstruction and high-resolution geometrical modeling of the human skeletal trunk from 2-D radiographic images," *IEEE Trans Biomed Eng*, vol. 50, no. 8, pp. 989-98, 2003.
- [2] R. B. Winter, "Natural history of spinal deformity," in *Moe's textbook of scoliosis and other spinal deformities*, 2nd^e éd., Philadelphia ; Toronto: Saunders, 1987, pp. 89-95.
- [3] Y. Petit, C. E. Aubin, et H. Labelle, "Patient-specific mechanical properties of a flexible multi-body model of the scoliotic spine," *Med Biol Eng Comput*, vol. 42, no. 1, pp. 55-60, 2004.
- [4] B. J. Davis, A. Gadgil, J. Trivedi, et N. B. Ahmed el, "Traction radiography performed under general anesthetic: a new technique for assessing idiopathic scoliosis curves," *Spine*, vol. 29, no. 21, pp. 2466-70, 2004.
- [5] S. J. Klepps, L. G. Lenke, K. H. Bridwell, G. S. Bassett, et J. Whorton, "Prospective comparison of flexibility radiographs in adolescent idiopathic scoliosis," *Spine*, vol. 26, no. 5, pp. E74-9, 2001.
- [6] M. E. Lamarre, S. Parent, H. Labelle, C. E. Aubin, J. Joncas, A. Cabral, et Y. Petit, "Assessment of spinal flexibility in Adolescent Idiopathic Scoliosis: Suspension versus Side-Bending Radiography," *Spine*, vol. Soumis et accepté, 2008.
- [7] M. E. Lamarre, S. Parent, H. Labelle, C. E. Aubin, et Y. Petit, "Assessment of spinal flexibility in Adolescent Idiopathic Scoliosis: Supine Extension versus Side-Bending Radiograph," *Spine*, vol. Soumis, 2008.
- [8] R. Vanderby, Jr., M. Daniele, A. Patwardhan, et W. Bunch, "A method for the identification of in-vivo segmental stiffness properties of the spine," *Transactions of the ASME. Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 108, no. 4, pp. 312-16, 1986.
- [9] D. N. Ghista, G. R. Viviani, K. Subbaraj, P. J. Lozada, T. M. Srinivasan, et G. Barnes, "Biomechanical basis of optimal scoliosis surgical correction," *J Biomech*, vol. 21, no. 2, pp. 77-88, 1988.

- [10] P. Leborgne, W. Skalli, C. Lecire, J. Dubousset, R. Zeller, et F. Lavaste, "Simulation of CD Surgery on a Personalized Finite Element Model: Preliminary Results," *Proceedings of the IRSSD*, pp. 126-9, 1999.
- [11] V. Lafage, J. Dubousset, F. Lavaste, et W. Skalli, "3D finite element simulation of Cotrel-Dubousset correction," *Computer aided surgery : official journal of the International Society for Computer Aided Surgery*, vol. 9, no. 1-2, pp. 1-2, 2004.
- [12] R. Dumas, V. Lafage, Y. Lafon, J. P. Steib, D. Mitton, et W. Skalli, "Finite element simulation of spinal deformities correction by in situ contouring technique," *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, vol. 8, no. 5, pp. 331-7, 2005.
- [13] Y. Petit, "Analyse biomécanique de la flexibilité du rachis scoliotique pour la planification de l'instrumentation chirurgicale," Ecole polytechnique de Montréal, Montréal, 2002.
- [14] A. A. White et M. M. Panjabi, *Clinical biomechanics of the spine*, 2nd^e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.
- [15] I. A. Stokes, "Spinal Biomechanics," in *The Pediatric spine: principles and practice*, S. L. Weinstein, Éd., Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 2001, pp. 57-71.
- [16] H. A. King, J. H. Moe, D. S. Bradford, et R. B. Winter, "The selection of fusion levels in thoracic idiopathic scoliosis," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 65, no. 9, pp. 1302-13, 1983.
- [17] L. G. Lenke, R. R. Betz, J. Harms, K. H. Bridwell, D. H. Clements, T. G. Lowe, et K. Blanke, "Adolescent idiopathic scoliosis: a new classification to determine extent of spinal arthrodesis," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 83-A, no. 8, pp. 1169-81, 2001.
- [18] P. Poncet, J. Dansereau, et H. Labelle, "Geometric torsion in idiopathic scoliosis: three-dimensional analysis and proposal for a new classification," *Spine*, vol. 26, no. 20, pp. 2235-43, 2001.
- [19] I. A. Stokes, L. C. Bigalow, et M. S. Moreland, "Measurement of axial rotation of vertebrae in scoliosis," *Spine*, vol. 11, no. 3, pp. 213-8, 1986.
- [20] T. Brown, R. J. Hansen, et A. J. Yorra, "Some mechanical tests on the lumbosacral spine with particular reference to the intervertebral discs; a preliminary report," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 39-A, no. 5, pp. 1135-64, 1957.

- [21] L. Ekstrom, S. Holm, A. K. Holm, et T. Hansson, "In vivo porcine intradiscal pressure as a function of external loading," *J Spinal Disord Tech*, vol. 17, no. 4, pp. 312-6, 2004.
- [22] D. J. Polga, B. P. Beaubien, P. M. Kallemeier, K. P. Schellhas, W. D. Lew, G. R. Buttermann, et K. B. Wood, "Measurement of in vivo intradiscal pressure in healthy thoracic intervertebral discs," *Spine*, vol. 29, no. 12, pp. 1320-4, 2004.
- [23] A. Shirazi-Adl, "Nonlinear stress analysis of the whole lumbar spine in torsion--mechanics of facet articulation," *J Biomech*, vol. 27, no. 3, pp. 289-99, 1994.
- [24] H. J. Wilke, F. Heuer, H. Schmidt, Z. Klezl, et L. Claes, "Stepwise reduction of functional spinal structures increase range of motion and change lordosis angle," *Journal of Biomechanics*, vol. 40, no. 2, pp. 271-80, 2007.
- [25] M. M. Panjabi, R. A. Brand, et A. A. White, "Mechanical properties of the human thoracic spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 58, no. 5, pp. 642-652, 1976.
- [26] M. M. Panjabi, T. R. Oxland, I. Yamamoto, et J. J. Crisco, "Mechanical behavior of the human lumbar and lumbosacral spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 76, no. 3, pp. 413-424, 1994.
- [27] T. R. Oxland, R. M. Lin, et M. M. Panjabi, "Three-dimensional mechanical properties of the thoracolumbar junction," *J Orthop Res*, vol. 10, no. 4, pp. 573-80, 1992.
- [28] A. Tsantrizos, A. Andreou, M. Aebi, et T. Steffen, "Biomechanical stability of five stand-alone anterior lumbar interbody fusion constructs," *Eur Spine J*, vol. 9, no. 1, pp. 14-22, 2000.
- [29] P. A. Cipton, S. B. Bruehlmann, T. E. Orr, T. R. Oxland, et L. P. Nolte, "In vitro axial preload application during spine flexibility testing: towards reduced apparatus-related artefacts," *J Biomech*, vol. 33, no. 12, pp. 1559-68, 2000.
- [30] H. J. Wilke, K. Wenger, et L. Claes, "Testing criteria for spinal implants: recommendations for the standardization of in vitro stability testing of spinal implants," *Eur Spine J*, vol. 7, no. 2, pp. 148-54, 1998.
- [31] K. M. Cheung et K. D. Luk, "Prediction of correction of scoliosis with use of the fulcrum bending radiograph," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 79, no. 8, pp. 1144-50, 1997.

- [32] S. Delorme, H. Labelle, B. Poitras, C. H. Rivard, C. Coillard, et J. Dansereau, "Pre-, intra-, and postoperative three-dimensional evaluation of adolescent idiopathic scoliosis," *J Spinal Disord*, vol. 13, no. 2, pp. 93-101, 2000.
- [33] G. Cheh, L. G. Lenke, R. A. Lehman, Jr., Y. J. Kim, R. Nunley, et K. H. Bridwell, "The reliability of preoperative supine radiographs to predict the amount of curve flexibility in adolescent idiopathic scoliosis," *Spine*, vol. 32, no. 24, pp. 2668-72, 2007.
- [34] K. Kumar, "Spinal deformity and axial traction," *Spine*, vol. 21, no. 5, pp. 653-5, 1996.
- [35] A. Hamzaoglu, U. Talu, M. Tezer, C. Mirzanli, U. Domanic, et S. B. Goksan, "Assessment of curve flexibility in adolescent idiopathic scoliosis," *Spine*, vol. 30, no. 14, pp. 1637-42, 2005.
- [36] M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale," École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.
- [37] R. Vedantam, L. G. Lenke, K. H. Bridwell, et D. L. Linville, "Comparison of push-prone and lateral-bending radiographs for predicting postoperative coronal alignment in thoracolumbar and lumbar scoliotic curves," *Spine*, vol. 25, no. 1, pp. 76-81, 2000.
- [38] F. Lavaste, W. Skalli, S. Robin, R. Roy-Camille, et C. Mazel, "Three-dimensional geometrical and mechanical modelling of the lumbar spine," *J Biomech*, vol. 25, no. 10, pp. 1153-64, 1992.
- [39] M. Gardner-Morse et I. A. Stokes, "Three-dimensional simulations of the scoliosis derotation maneuver with Cotrel-Dubousset instrumentation," *J Biomech*, vol. 27, no. 2, pp. 177-81, 1994.
- [40] C. Aubin, V. Goussev, et Y. Petit, "Biomechanical modelling of segmental instrumentation for surgical correction of 3D spinal deformities using Euler-Bernoulli thin-beam elastic deformation equations," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 42, no. 2, pp. 216-221, 2004.
- [41] Y. Lafon-Jalby, J. Dubousset, J. P. Steib, et W. Skalli, "Mechanisms of scoliosis surgical correction related to Cotrel-Dubousset and in situ contouring techniques," *Journal of biomechanics.*, vol. 39, no. 1, pp. S212, 2006.
- [42] G. Desroches, C.-E. Aubin, D. Sucato, et C.-H. Rivard, "Simulation of an anterior spine instrumentation in adolescent idiopathic scoliosis using a flexible

- multi-body model," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 45, no. 8, pp. 759-768, 2007.
- [43] F. Poulin, C. E. Aubin, I. A. Stokes, M. Gardner-Morse, et H. Labelle, "[Biomechanical modeling of instrumentation for the scoliotic spine using flexible elements: a feasibility study]," *Ann Chir*, vol. 52, no. 8, pp. 761-7, 1998.
 - [44] C. E. Aubin, Y. Petit, I. A. Stokes, F. Poulin, M. Gardner-Morse, et H. Labelle, "Biomechanical modeling of posterior instrumentation of the scoliotic spine," *Comput Methods Biomech Biomed Engin*, vol. 6, no. 1, pp. 27-32, 2003.
 - [45] F. Luce, "Contribution à l'amélioration du réalisme d'un modèle multi-corps flexibles de chirurgie pour le traitement de la scoliose," Ecole polytechnique de Montréal, Montréal, 2004.
 - [46] C. E. Aubin, H. Labelle, C. Chevretils, G. Desroches, J. Clin, et A. B. Eng, "Preoperative planning simulator for spinal deformity surgeries," *Spine*, vol. 33, no. 20, pp. 2143-52, 2008.
 - [47] M. Robitaille, C. E. Aubin, et H. Labelle, "Effects of alternative instrumentation strategies in adolescent idiopathic scoliosis: a biomechanical analysis," *Journal of Orthopaedic Research*, vol. Soumis, 2007.
 - [48] S. Kumaresan, N. Yoganandan, et F. A. Pintar, "Sensitivity of cervical spine finite element model to material property variations," *Dallas, TX, USA*, vol. 36, 1997, pp. 209-210.
 - [49] J. A. Wheeldon, B. D. Stemper, N. Yoganandan, et F. A. Pintar, "Validation of a finite element model of the young normal lower cervical spine," *Ann Biomed Eng*, vol. 36, no. 9, pp. 1458-69, 2008.
 - [50] Q. H. Zhang, E. C. Teo, H. W. Ng, et V. S. Lee, "Finite element analysis of moment-rotation relationships for human cervical spine," *J Biomech*, vol. 39, no. 1, pp. 189-93, 2006.
 - [51] H. Cunningham, J. P. Little, M. J. Pearcy, et C. J. Adam, "The effect of soft tissue properties on overall biomechanical response of a human lumbar motion segment: A preliminary finite element study," *United Kingdom*, vol. 12, 2007, pp. 93-102.
 - [52] N. P. Reeves et J. Cholewicki, "Modeling the Human Lumbar Spine for Assessing Spinal Loads, Stability, and Risk of Injury," *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, vol. 31, no. 1-2, pp. 73-139, 2003.

- [53] A. Kiapour, M. Parnianpour, et A. Shirazi-Adl, "Control of different FEM based musculoskeletal models of human lumbar spine under different loading conditions using optimization method," *Torino, Italy*, vol. 2006, 2006, pp. 7.
- [54] Y. Guan, N. Yoganandan, J. Zhang, F. A. Pintar, J. F. Cusick, C. E. Wolfla, et D. J. Maiman, "Validation of a clinical finite element model of the human lumbosacral spine," *Med Biol Eng Comput*, vol. 44, no. 8, pp. 633-41, 2006.
- [55] L. W. Sun, R. Y. W. Lee, W. Lu, et K. D. K. Luk, "Modelling and simulation of the intervertebral movements of the lumbar spine using an inverse kinematic algorithm," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 42, no. 6, pp. 740-746, 2004.
- [56] R. J. Triolo, S. Suryanarayanan, S. Delp, S. Kukke, J. Uhler, W. Murray, N. Bhadra, R. Kirsch, et J. A. Davis, "A biomechanical model of the spine and trunk for simulation and control of posture and balance," *Orlando, FL, USA*, 2000, pp. 202-4.
- [57] J. Noailly, H. J. Wilke, J. A. Planell, et D. Lacroix, "How does the geometry affect the internal biomechanics of a lumbar spine bi-segment finite element model? Consequences on the validation process," *J Biomech*, vol. 40, no. 11, pp. 2414-25, 2007.
- [58] J. Cholewicki et J. J. t. VanVliet, "Relative contribution of trunk muscles to the stability of the lumbar spine during isometric exertions," *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, vol. 17, no. 2, pp. 99-105, 2002.
- [59] J. L. Descrimes, C. E. Aubin, H. Labelle, R. Zeller, W. Skalli, et F. Lavaste, "Scoliosis - Evaluation of a Finite-Element Model by Comparison of Simulated and Measured Lateral Shifting," *Archives of Physiology and Biochemistry*, vol. 103, no. 3, pp. C25, 1995.
- [60] M. Beausejour, C. E. Aubin, A. G. Feldman, et H. Labelle, "[Simulation of lateral bending tests using a musculoskeletal model of the trunk]," *Ann Chir*, vol. 53, no. 8, pp. 742-50, 1999.
- [61] C. E. Aubin, J. L. Descrimes, J. Dansereau, W. Skalli, F. Lavaste, et H. Labelle, "[Geometrical modeling of the spine and the thorax for the biomechanical analysis of scoliotic deformities using the finite element method]," *Ann Chir*, vol. 49, no. 8, pp. 749-61, 1995.
- [62] Y. Petit, C.-E. Aubin, et H. Labelle, "Spinal shape changes resulting from scoliotic spine surgical instrumentation expressed as intervertebral rotations and centers of rotation," *Journal of Biomechanics*, vol. 37, no. 2, pp. 173-180, 2004.

- [63] Y. Lafon-Jalby, "Simulation en éléments finis de différentes stratégies chirurgicales de correction d'une scoliose," École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 2006.
- [64] D. E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., 1989.
- [65] P. Bylund, E. Jansson, E. Dahlberg, et E. Eriksson, "Muscle fiber types in thoracic erector spinae muscles. Fiber types in idiopathic and other forms of scoliosis," *Clin Orthop Relat Res*, no. 214, pp. 222-8, 1987.
- [66] G. S. Spencer et M. J. Eccles, "Spinal muscle in scoliosis. Part 2. The proportion and size of type 1 and type 2 skeletal muscle fibres measured using a computer-controlled microscope," *J Neurol Sci*, vol. 30, no. 1, pp. 143-54, 1976.
- [67] U. T. Slager et J. D. Hsu, "Morphometry and pathology of the paraspinous muscles in idiopathic scoliosis," *Dev Med Child Neurol*, vol. 28, no. 6, pp. 749-56, 1986.
- [68] R. Yarom et G. C. Robin, "Studies on spinal and peripheral muscles from patients with scoliosis," *Spine*, vol. 4, no. 1, pp. 12-21, 1979.
- [69] J. Dubousset, G. Charpak, I. Dorion, W. Skalli, F. Lavaste, J. Deguise, G. Kalifa, et S. Ferey, "[A new 2D and 3D imaging approach to musculoskeletal physiology and pathology with low-dose radiation and the standing position: the EOS system]," *Bull Acad Natl Med*, vol. 189, no. 2, pp. 287-97; discussion 297-300, 2005.
- [70] J. Dubousset, G. Charpak, W. Skalli, G. Kalifa, et J. Y. Lazennec, "[EOS stereo-radiography system: whole-body simultaneous anteroposterior and lateral radiographs with very low radiation dose]," *Rev Chir Orthop Reparatrice Appar Mot*, vol. 93, no. 6 Suppl, pp. 141-3, 2007.
- [71] J. R. Munkres, *Topology*, 2^e éd., New Jersey, USA: Prentice Hall, 2000.
- [72] T. Lund, T. Nydegger, D. Schlenzka, et T. R. Oxland, "Three-dimensional motion patterns during active bending in patients with chronic low back pain," *Spine*, vol. 27, no. 17, pp. 1865-74, 2002.
- [73] T. T. Gomez, "Symmetry of lumbar rotation and lateral flexion range of motion and isometric strength in subjects with and without low back pain," *J Orthop Sports Phys Ther*, vol. 19, no. 1, pp. 42-8, 1994.

- [74] M. Beauséjour, "Intégration des muscles et du contrôle moteur dans le modèle biomécanique du tronc humain," Université de Montréal, Montréal, 1999.
- [75] K. Bridwell, "Spinal Curves", "SpineUniverse". [En ligne]. Disponible: <http://www.spineuniverse.com/displayarticle.php/article1277.html>. [Consulté le 26 octobre 2008]
- [76] OpenSim. [En ligne]. Disponible: simtk.org/home/opensim. [Consulté le 26 octobre 2008]
- [77] ODE. [En ligne]. Disponible: www.ode.org. [Consulté le 26 octobre 2008]
- [78] NVIDIA PhysX. [En ligne]. Disponible: http://www.nvidia.com/object/nvidia_physx.html. [Consulté le 26 octobre 2008]
- [79] Intel Havok. [En ligne]. Disponible: www.havok.com. [Consulté le 26 octobre 2008]

SOURCES CONSULTÉES POUR LES FIGURES

- Figure 1-1 : Anatomie du rachis
Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de : http://www.backpain-guide.com/Chapter_Fig_folders/Ch05_Anatomy_Folder/Ch5_Images/05-4_Overall_Spine.jpg
- Figure 1-2 : Anatomie de la vertèbre. eOrthopod ([www.eOrthopod](http://www.eOrthopod.com)), fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedialogroup.com). Reproduites avec permission. Consultées le 7 janvier 2009. Tiré de www.eorthopod.com/images/ContentImages/pm/pm_general_radiofreq_ablation/rf_spine_anatomy02.jpg et www.eorthopod.com/images/ContentImages/pm/pm_general_radiofreq_ablation/rf_spine_anatomy03.jpg
- Figure 1-3 : Anatomie de l'unité fonctionnelle
Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de : <http://www.sandiego-spine.com/photos/ligaments.gif>
- Figure 1-4 : Anatomie du disque intervertébral - eOrthopod ([www.eOrthopod](http://www.eOrthopod.com)), fournie par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedialogroup.com). Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/spine/spine_thoracic/anatomy/thoracic_spine_anatomy10.jpg
- Figure 1-5 : Déformations scoliotiques – eOrthopod ([www.eOrthopod](http://www.eOrthopod.com)), fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedialogroup.com). Reproduites avec permission. Consultées le 7 janvier 2009. Tiré de http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_intro01.jpg et http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_symptom01.jpg
- Figure 1-6 : Instrumentation de la scoliose - eOrthopod ([www.eOrthopod](http://www.eOrthopod.com)), fournie par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedialogroup.com).

Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_surgery01.jpg

Figure 1-7 : Formes de scolioses communes – eOrthopod, fournies par courtoisie par Medical Multimedia Group (www.medicalmultimedigroup.com). Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_cause01.jpg, http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_cause02.jpg et http://www.eorthopod.com/images/ContentImages/child/child_spine_scoliosis/child_scoliosis_cause03.jpg

Figure 1-8 : Angles de Cobb et de Ferguson
Reproduite avec permission. Consultée le 8 janvier 2009. Tiré de www.aafp.org/afp/20020501/1817_f2.gif

Figure 1-9 : Calcul de la rotation vertébrale
Reproduite avec permission. Tiré de : I. A. Stokes, L. C. Bigalow, et M. S. Moreland, "Measurement of axial rotation of vertebrae in scoliosis", Spine, vol. 11, no. 3, pp. 213-8, 1986.

Figure 1-10 : Plans de référence
Reproduite avec permission. Consultée le 8 janvier 2009. Tiré de : <http://www.sandiego-spine.com/photos/planes.gif>

Figure 1-11 : Systèmes de référence vertébral (a) global
Reproduite avec permission. Tiré de : www.umm.edu/spinecenter/education/images/vertebra.jpg
Systèmes de référence vertébral (b) spinal (c) et régional (d)
Skoliose-Info-Forum.de. (2005).
Reproduite avec permission. Consultée le 7 janvier 2009. Tiré de : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Scoliosis_cobb.gif

Figure 1-12 : Orientation des facettes articulaires
Reproduite avec permission. Consultée le 8 janvier 2009. Tiré de : www.maitrise-orthop.com/corpusmaitri/orthopaedic/mo70_maigne_thoracolumbar/fig2.GIF

- Figure 1-13 : Courbe force-déplacement typique des ligaments
Reproduite avec permission. Tiré de : A. A. White et M. M. Panjabi, *Clinical biomechanics of the spine*, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.
- Figure 1-14 : Forces et moments appliqués expérimentalement
Reproduite avec permission. Tiré de : H. J. Wilke, K. Wenger, et L. Claes, "Testing criteria for spinal implants: recommendations for the standardization of in vitro stability testing of spinal implants", *Eur Spine J*, vol. 7, no. 2, pp. 148-54, 1998.
- Figure 1-15 : Caractérisation des courbes charge-déformation
Reproduite avec permission. Tiré de : H. J. Wilke, K. Wenger, et L. Claes, "Testing criteria for spinal implants: recommendations for the standardization of in vitro stability testing of spinal implants", *Eur Spine J*, vol. 7, no. 2, pp. 148-54, 1998.
- Figure 1-16 : Montage expérimental
Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc. Tiré de : M. M. Panjabi, R. A. Brand, et A. A. White, "Mechanical properties of the human thoracic spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 58, no. 5, pp. 642-652, 1976.
- Figure 1-17 : Effet du fluage d'une unité fonctionnelle thoracique
Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc. Tiré de : M. M. Panjabi, R. A. Brand, et A. A. White, "Mechanical properties of the human thoracic spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 58, no. 5, pp. 642-652, 1976.
- Figure 1-18 : Montage expérimental
Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc. Tiré de : M. M. Panjabi, T. R. Oxland, I. Yamamoto, et J. J. Crisco, "Mechanical behavior of the human lumbar and lumbosacral spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 76, no. 3, pp. 413-424, 1994.
- Figure 1-19 : Inflexion latérale avec point d'appui
Reproduite avec permission. Copyright appartenant à The Journal of Bone and Joint Surgery, Inc. Tiré de : K. M. Cheung et K. D. Luk, "Prediction of correction of scoliosis with use of the fulcrum bending radiograph," *J Bone Joint Surg Am*, vol. 79, no. 8, pp. 1144-50, 1997.

Figure 1-20 : Test de flexibilité en suspension

Reproduite avec permission. Tiré de : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.

Figure 1-21 : Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal - Structure archée

Reproduite avec permission. Tiré de : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.

Figure 1-22 : Test de flexibilité en hyperextension en décubitus dorsal

Reproduite avec permission. Tiré de : M.-È. Lamarre, "Conception d'une méthode standardisée pour évaluer la flexibilité de la colonne vertébrale", École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal, 2008.

Figure 1-23 : Modèle par éléments finis détaillés

Permission de reproduction obtenue de Springer Science + Business Media. Tiré de : P. L. Sylvestre, I. Villemure, et C. E. Aubin, "Finite element modeling of the growth plate in a detailed spine model", *Med Biol Eng Comput*, vol. 45, no. 10, pp. 977-88, 2007.

Figure 1-24 : Modèles par éléments finis filaires

Permission de reproduction obtenue de Elsevier. Tiré de : D. Perie, C. E. Aubin, Y. Petit, H. Labelle, et J. Dansereau, "Personalized biomechanical simulations of orthotic treatment in idiopathic scoliosis", *Clin Biomech* (Bristol, Avon), vol. 19, no. 2, pp. 190-5, 2004.

Reproduite avec permission. Tiré de : J. Carrier, C. E. Aubin, F. Trochu, et H. Labelle, "Optimization of rib surgery parameters for the correction of scoliotic deformities using approximation models", *J Biomech Eng*, vol. 127, no. 4, pp. 680-91, 2005. Éditeur original : ASME.

Figure 1-25 : Modèle par éléments finis hybride

Reproduite avec permission. Tiré de : W. Z. Kong et V. K. Goel, "Ability of the finite element models to predict response of the human spine to sinusoidal vertical vibration", *Spine*, vol. 28, no. 17, pp. 1961-7, 2003.

Figure 1-26 : Modèle par multi-corps flexibles

Reproduite avec permission. Tiré de : F. Poulin, C. E. Aubin, I. A. Stokes, M. Gardner-Morse, et H. Labelle, "[Biomechanical modeling of instrumentation for the scoliotic spine using flexible elements: a feasibility study]", *Ann Chir*, vol. 52, no. 8, pp. 761-7, 1998.

Figure 1-27 : Interface OpenSim

Reproduite avec permission. Tiré de : S. L. Delp, F. C. Anderson, A. S. Arnold, P. Loan, A. Habib, C. T. John, E. Guendelman, et D. G. Thelen, "OpenSim: Open-Source Software to Create and Analyze Dynamic Simulations of Movement", Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, vol. 54, no. 11, pp. 1940-1950, 2007.

Figure 3-3 : Centre de rotation thoracique

Reproduite avec permission. Tiré de : A. A. White et M. M. Panjabi, Clinical biomechanics of the spine, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.

Figure 3-4 : Centre de rotation lombaire

Reproduite avec permission. Tiré de : A. A. White et M. M. Panjabi, Clinical biomechanics of the spine, 2e éd., Philadelphia: J.B. Lippincott, 1990.

Figure 3-5 : Désalignement des contraintes positionnelles

Reproduite avec permission. Consulté le 8 janvier 2009. Tiré de : www.ode.org/pix/ball-and-socket-bad.jpg

Figure 3-6 : Contrainte sphérique

Reproduite avec permission. Consulté le 8 janvier 2009. Tiré de : www.ode.org/pix/ball-and-socket.jpg

ANNEXE A - RÉSULTATS COMPLETS

A.1 Patient 1

Tableau A-1 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 1

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	x	Y	z	x	y	Z	
T1	-6.41	-3.89	58.74	-6.41	-3.94	58.74	0.05
T2	-7.29	-3.64	57.26	-7.29	-3.81	57.29	0.18
T3	-8.71	-3.41	55.75	-8.71	-3.54	55.50	0.28
T4	-10.02	-3.16	54.01	-10.02	-3.24	53.91	0.13
T5	-10.88	-2.94	52.02	-10.88	-2.97	52.05	0.04
T6	-11.24	-2.79	49.91	-11.24	-2.83	50.21	0.30
T7	-11.14	-2.56	47.77	-11.14	-2.51	48.44	0.67
T8	-10.79	-1.96	45.67	-10.79	-2.18	46.38	0.75
T9	-9.96	-1.65	43.47	-9.96	-2.16	44.26	0.94
T10	-8.97	-1.73	41.40	-8.97	-2.42	42.10	0.98
T11	-7.65	-2.23	39.31	-7.65	-2.96	40.24	1.18
T12	-5.90	-3.10	37.28	-5.90	-3.63	38.23	1.08
L1	-4.74	-3.89	35.12	-4.74	-4.52	35.81	0.94
L2	-3.29	-3.97	32.74	-3.29	-4.56	33.41	0.89
L3	-2.26	-3.52	30.21	-2.26	-4.05	30.34	0.54
L4	-1.96	-2.40	27.11	-1.96	-2.79	27.31	0.43
L5	-2.70	-1.50	24.08	-2.70	-1.50	24.08	0.00

Tableau A-2 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 1

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-6.66	-20.40	52.70	-6.66	-20.68	52.60	0.29
T2	-7.58	-19.30	52.06	-7.58	-19.46	51.87	0.25
T3	-8.84	-18.08	51.35	-8.84	-17.73	51.02	0.48
T4	-9.93	-16.80	50.33	-9.93	-16.11	50.28	0.69
T5	-10.56	-15.22	49.28	-10.56	-14.53	49.12	0.72
T6	-10.95	-13.46	47.71	-10.95	-13.21	47.84	0.29
T7	-10.81	-11.88	46.09	-10.81	-11.85	46.67	0.58
T8	-10.62	-10.16	44.55	-10.62	-10.31	45.23	0.69
T9	-10.13	-8.60	42.74	-10.13	-9.02	43.42	0.80
T10	-9.39	-7.49	40.61	-9.39	-7.95	41.41	0.93
T11	-8.10	-7.07	38.49	-8.10	-7.32	39.55	1.09
T12	-6.23	-6.62	36.46	-6.23	-6.76	37.62	1.17
L1	-4.92	-5.83	34.33	-4.92	-6.61	35.12	1.11
L2	-3.34	-4.71	32.13	-3.34	-5.81	32.93	1.35
L3	-2.28	-3.69	29.77	-2.28	-4.58	30.08	0.94
L4	-1.97	-2.60	27.02	-1.97	-2.93	27.24	0.40
L5	-2.70	-1.50	24.08	-2.70	-1.50	24.08	0.00

Tableau A-3 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 1

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-6.11	9.09	56.22	-6.11	9.17	56.79	0.58
T2	-6.87	8.37	55.32	-6.87	8.30	55.56	0.25
T3	-8.14	7.87	54.42	-8.14	7.26	53.94	0.78
T4	-9.25	7.04	53.07	-9.25	6.43	52.38	0.91
T5	-9.99	6.08	51.55	-9.99	5.71	50.59	1.03
T6	-10.15	4.95	49.36	-10.15	5.01	48.86	0.51
T7	-10.03	3.90	47.19	-10.03	4.53	47.13	0.63
T8	-9.64	3.29	44.99	-9.64	3.88	45.15	0.62
T9	-8.67	2.74	42.84	-8.67	2.98	43.30	0.52
T10	-7.68	1.75	40.75	-7.68	1.77	41.49	0.75
T11	-6.47	0.27	38.76	-6.47	0.44	39.98	1.23
T12	-5.01	-0.98	37.25	-5.01	-1.08	38.22	0.98
L1	-4.14	-2.24	35.26	-4.14	-2.72	36.11	0.97
L2	-2.95	-3.17	32.66	-2.95	-3.44	33.68	1.05
L3	-2.12	-2.98	29.96	-2.12	-3.56	30.51	0.80
L4	-1.92	-2.45	26.83	-1.92	-2.66	27.35	0.56
L5	-2.70	-1.50	24.08	-2.70	-1.50	24.08	0.00

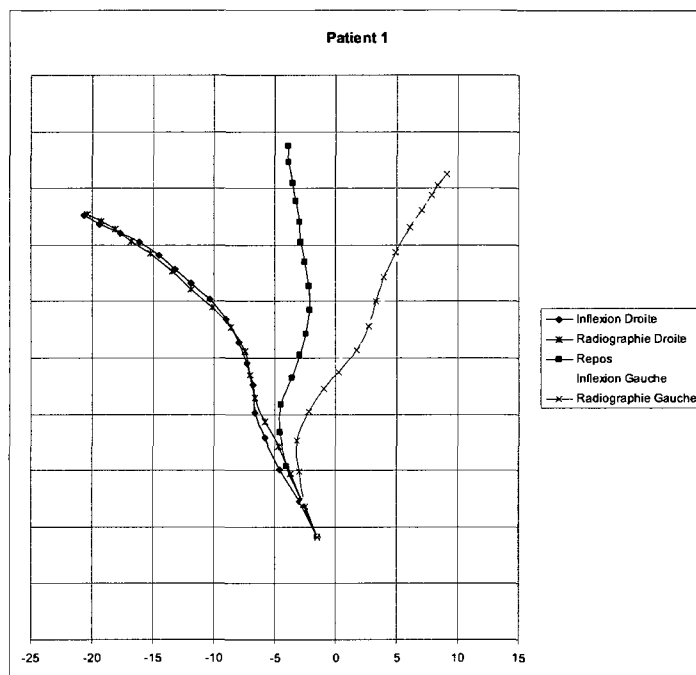


Figure A-1 Courbes rachidiennes du patient 1

A.2 Patient 2

Tableau A-4 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 2

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-6.97	1.87	61.77	-6.97	1.91	61.77	0.05
T2	-7.97	1.77	60.09	-7.97	1.60	60.09	0.17
T3	-8.77	1.57	58.20	-8.77	1.35	58.35	0.26
T4	-9.38	1.06	56.24	-9.38	1.01	56.57	0.34
T5	-9.61	0.19	54.39	-9.61	0.11	55.02	0.64
T6	-9.60	-0.82	52.57	-9.60	-0.78	53.24	0.68
T7	-9.16	-1.53	50.57	-9.16	-1.39	51.28	0.72
T8	-8.44	-1.46	49.02	-8.44	-1.60	49.28	0.29
T9	-7.60	-1.05	47.33	-7.60	-0.98	47.10	0.24
T10	-6.63	-0.11	45.33	-6.63	-0.07	45.20	0.14
T11	-5.60	1.11	43.19	-5.60	0.92	43.35	0.25
T12	-4.24	2.30	40.80	-4.24	1.80	41.39	0.77
L1	-2.85	2.92	38.60	-2.85	2.54	39.03	0.57
L2	-1.49	2.94	36.23	-1.49	2.72	36.40	0.27
L3	-0.29	2.26	33.17	-0.29	2.10	33.24	0.18
L4	0.22	1.38	30.00	0.22	1.38	29.91	0.09
L5	-0.25	0.68	26.56	-0.25	0.68	26.56	0.00

Tableau A-5 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 2

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-5.52	-12.81	58.97	-5.52	-11.93	59.21	0.91
T2	-6.50	-11.77	57.79	-6.50	-10.96	57.79	0.81
T3	-7.14	-10.58	56.23	-7.14	-10.05	56.21	0.53
T4	-7.73	-9.60	54.58	-7.73	-9.35	54.53	0.25
T5	-8.15	-8.91	52.38	-8.15	-9.28	52.77	0.54
T6	-8.20	-8.53	50.26	-8.20	-9.13	50.79	0.80
T7	-7.57	-7.94	48.27	-7.57	-8.74	48.83	0.97
T8	-6.82	-7.13	46.92	-6.82	-7.95	46.98	0.82
T9	-5.80	-6.13	45.45	-5.80	-6.42	45.42	0.29
T10	-4.94	-4.66	43.92	-4.94	-4.67	44.17	0.25
T11	-4.12	-2.81	42.58	-4.12	-2.91	42.86	0.30
T12	-3.08	-1.06	40.83	-3.08	-1.15	41.33	0.51
L1	-2.06	0.44	38.73	-2.06	0.44	39.24	0.51
L2	-1.05	1.07	36.38	-1.05	1.43	36.64	0.44
L3	-0.09	1.17	33.29	-0.09	1.53	33.34	0.36
L4	0.27	0.90	29.98	0.27	1.24	29.93	0.34
L5	-0.25	0.68	26.56	-0.25	0.68	26.56	0.00

Tableau A-6 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 2

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-7.70	14.37	58.75	-7.70	14.42	58.92	0.18
T2	-8.41	13.43	57.47	-8.41	13.06	57.67	0.42
T3	-9.09	12.29	55.91	-9.09	11.82	56.35	0.64
T4	-9.49	10.71	54.47	-9.49	10.61	54.94	0.47
T5	-9.46	8.95	53.40	-9.46	9.06	53.99	0.60
T6	-9.34	7.13	52.34	-9.34	7.44	52.85	0.60
T7	-9.07	5.59	50.78	-9.07	6.00	51.34	0.69
T8	-8.42	4.91	49.35	-8.42	4.90	49.63	0.28
T9	-7.85	4.44	47.58	-7.85	4.50	47.31	0.27
T10	-6.95	4.36	45.41	-6.95	4.48	45.18	0.26
T11	-5.86	4.54	43.12	-5.86	4.61	43.11	0.07
T12	-4.42	4.60	40.42	-4.42	4.56	41.01	0.59
L1	-2.94	4.42	37.91	-2.94	4.45	38.60	0.69
L2	-1.50	3.85	35.45	-1.50	3.86	36.06	0.61
L3	-0.29	2.83	32.57	-0.29	2.61	33.10	0.57
L4	0.22	1.73	29.61	0.22	1.51	29.87	0.34
L5	-0.25	0.68	26.56	-0.25	0.68	26.56	0.00

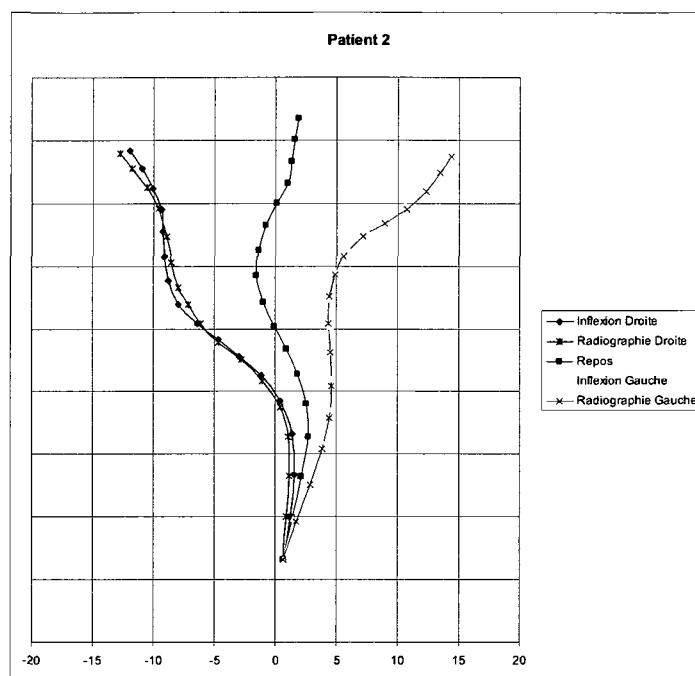


Figure A-2 Courbes rachidiennes du patient 2

A.3 Patient 3

Tableau A-7 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 3

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-2.13	0.09	61.28	-2.13	0.08	61.28	0.02
T2	-2.24	0.03	59.38	-2.24	0.29	59.37	0.26
T3	-2.46	-0.30	57.42	-2.46	0.10	57.37	0.41
T4	-2.61	-0.81	55.51	-2.61	-0.73	55.43	0.11
T5	-2.76	-1.48	53.61	-2.76	-1.27	53.60	0.21
T6	-2.90	-2.29	51.65	-2.90	-2.21	51.77	0.14
T7	-3.00	-3.15	49.58	-3.00	-2.91	49.80	0.33
T8	-3.02	-3.94	47.39	-3.02	-3.56	47.45	0.38
T9	-2.90	-3.98	45.02	-2.90	-3.69	45.24	0.36
T10	-2.62	-3.37	42.55	-2.62	-3.40	42.73	0.19
T11	-2.09	-2.33	40.17	-2.09	-2.41	40.32	0.17
T12	-1.31	-0.95	37.48	-1.31	-1.22	37.79	0.41
L1	-0.35	0.03	34.61	-0.35	-0.05	34.93	0.33
L2	0.68	0.50	31.41	0.68	0.27	31.81	0.46
L3	1.64	0.23	28.13	1.64	0.07	28.59	0.49
L4	1.49	-0.79	24.76	1.49	-0.70	25.01	0.27
L5	0.91	-1.52	21.68	0.91	-1.52	21.68	0.00

Tableau A-8 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 3

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-2.19	-10.07	60.09	-2.19	-10.56	59.77	0.59
T2	-2.29	-9.59	58.41	-2.29	-9.59	58.11	0.30
T3	-2.69	-9.23	56.64	-2.69	-8.97	56.22	0.49
T4	-3.02	-9.17	54.82	-3.02	-9.00	54.14	0.71
T5	-3.17	-9.13	52.90	-3.17	-8.81	52.24	0.73
T6	-3.39	-9.23	50.79	-3.39	-9.01	50.20	0.63
T7	-3.42	-9.31	48.63	-3.42	-8.97	48.10	0.62
T8	-3.37	-9.21	46.23	-3.37	-8.79	45.68	0.70
T9	-3.18	-8.71	43.89	-3.18	-8.18	43.55	0.63
T10	-2.80	-7.31	41.89	-2.80	-7.11	41.28	0.64
T11	-2.10	-5.43	39.92	-2.10	-5.45	39.32	0.59
T12	-1.30	-3.42	37.73	-1.30	-3.54	37.29	0.46
L1	-0.32	-1.62	34.94	-0.32	-1.67	34.84	0.11
L2	0.69	-0.57	31.85	0.69	-0.67	31.86	0.10
L3	1.64	-0.42	28.39	1.64	-0.35	28.66	0.28
L4	1.49	-0.91	24.97	1.49	-0.80	25.03	0.12
L5	0.91	-1.52	21.68	0.91	-1.52	21.68	0.00

Tableau A-9 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 3

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-4.02	18.74	53.73	-4.02	18.49	53.84	0.28
T2	-3.87	17.34	52.63	-3.87	17.04	52.58	0.30
T3	-3.55	15.70	51.66	-3.55	15.36	51.48	0.38
T4	-3.13	13.87	50.87	-3.13	13.39	50.84	0.48
T5	-3.04	12.20	50.09	-3.04	11.69	49.99	0.52
T6	-2.80	10.23	49.49	-2.80	9.75	49.33	0.51
T7	-2.80	8.06	48.66	-2.80	7.90	48.34	0.36
T8	-2.71	6.26	47.46	-2.71	5.90	46.94	0.63
T9	-2.57	4.70	45.73	-2.57	4.47	45.25	0.53
T10	-2.31	3.54	43.62	-2.31	3.30	43.02	0.65
T11	-2.00	2.89	40.93	-2.00	2.87	40.41	0.52
T12	-1.23	2.36	38.04	-1.23	2.64	37.62	0.50
L1	-0.30	1.95	34.86	-0.30	2.51	34.52	0.66
L2	0.73	1.27	31.44	0.73	1.74	31.47	0.48
L3	1.67	0.33	28.21	1.67	0.74	28.40	0.45
L4	1.49	-0.69	24.93	1.49	-0.54	24.96	0.15
L5	0.91	-1.52	21.68	0.91	-1.52	21.68	0.00

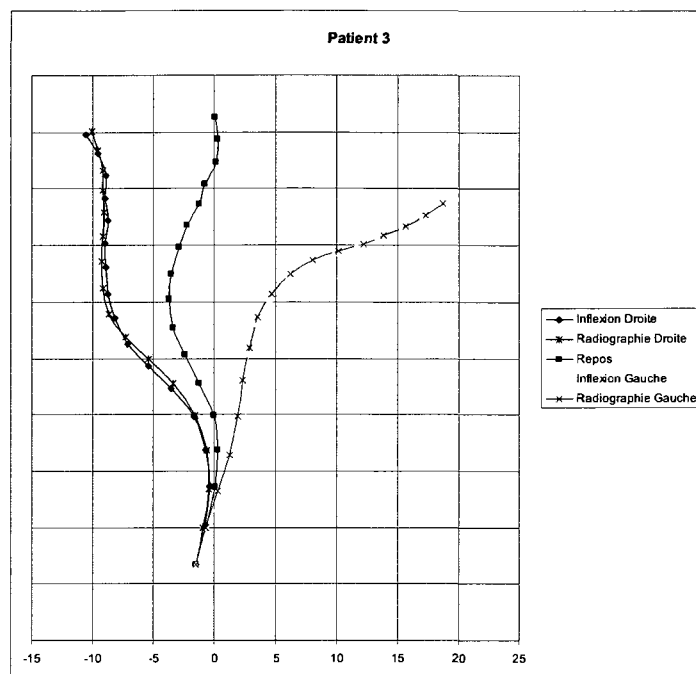


Figure A-3 Courbes rachidiennes du patient 3

A.4 Patient 4

Tableau A-10 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 4

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-3.57	-2.78	59.32	-3.57	-1.87	59.32	0.91
T2	-3.82	-2.74	57.07	-3.82	-1.85	57.31	0.92
T3	-3.92	-2.72	54.87	-3.92	-1.61	55.07	1.12
T4	-3.86	-2.95	52.73	-3.86	-1.86	52.91	1.11
T5	-3.64	-3.55	50.64	-3.64	-3.12	51.00	0.57
T6	-3.21	-4.52	48.48	-3.21	-3.85	48.98	0.83
T7	-2.69	-5.40	46.33	-2.69	-4.92	47.04	0.86
T8	-2.03	-6.27	44.24	-2.03	-5.48	44.83	0.99
T9	-1.16	-6.73	41.99	-1.16	-5.98	42.72	1.05
T10	-0.22	-6.29	39.66	-0.22	-5.42	40.53	1.23
T11	0.86	-5.04	37.49	0.86	-4.27	38.26	1.08
T12	1.76	-3.51	35.26	1.76	-2.49	36.20	1.39
L1	2.33	-1.88	32.61	2.33	-1.30	33.38	0.96
L2	2.44	-0.69	29.57	2.44	-0.05	30.30	0.97
L3	1.93	-0.15	26.56	1.93	0.33	27.16	0.78
L4	0.68	-0.23	23.68	0.68	0.03	23.90	0.34
L5	-1.47	-0.75	20.94	-1.47	-0.75	20.94	0.00

Tableau A-11 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 4

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-4.05	-14.72	57.42	-4.05	-14.04	56.33	1.10
T2	-4.30	-13.64	55.56	-4.30	-13.05	54.58	0.98
T3	-4.37	-12.45	53.62	-4.37	-11.81	52.69	0.92
T4	-4.47	-11.51	51.53	-4.47	-11.07	50.65	0.88
T5	-4.38	-10.94	49.29	-4.38	-11.38	48.38	0.91
T6	-3.74	-10.81	47.05	-3.74	-11.21	46.28	0.76
T7	-2.97	-10.83	44.58	-2.97	-11.39	44.15	0.43
T8	-2.06	-10.85	42.34	-2.06	-11.04	41.99	0.34
T9	-0.97	-10.43	40.17	-0.97	-10.66	39.96	0.21
T10	0.09	-9.27	37.97	0.09	-9.31	38.21	-0.24
T11	1.14	-7.56	36.15	1.14	-7.38	36.55	-0.40
T12	1.92	-5.53	34.51	1.92	-4.94	35.24	-0.73
L1	2.41	-3.49	32.21	2.41	-2.99	32.86	-0.65
L2	2.49	-1.88	29.54	2.49	-1.03	30.18	-0.64
L3	1.96	-1.05	26.64	1.96	-0.11	27.17	-0.54
L4	0.68	-0.73	23.77	0.68	-0.07	23.91	-0.14
L5	-1.47	-0.75	20.94	-1.47	-0.75	20.94	0.00

Tableau A-12 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 4

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-5.92	16.95	53.36	-5.92	17.03	52.32	1.04
T2	-5.46	15.48	51.82	-5.46	15.45	51.13	0.70
T3	-4.89	13.91	50.13	-4.89	13.92	49.59	0.54
T4	-4.09	12.26	48.81	-4.09	12.25	48.44	0.37
T5	-3.29	10.43	47.50	-3.29	10.12	48.13	0.71
T6	-2.87	8.36	46.57	-2.87	8.14	47.26	0.73
T7	-2.45	6.30	45.60	-2.45	6.02	46.59	1.04
T8	-2.06	4.32	44.58	-2.06	4.09	45.27	0.72
T9	-1.49	2.60	43.09	-1.49	2.30	43.87	0.83
T10	-0.76	1.46	41.01	-0.76	1.39	41.72	0.71
T11	0.31	1.03	38.44	0.31	0.98	39.21	0.77
T12	1.38	1.20	35.74	1.38	1.39	36.58	0.85
L1	2.11	1.43	32.67	2.11	1.27	33.56	0.91
L2	2.29	1.52	29.40	2.29	1.39	30.23	0.84
L3	1.85	1.25	26.39	1.85	0.98	27.08	0.75
L4	0.66	0.27	23.64	0.66	0.19	23.86	0.24
L5	-1.47	-0.75	20.94	-1.47	-0.75	20.94	0.00

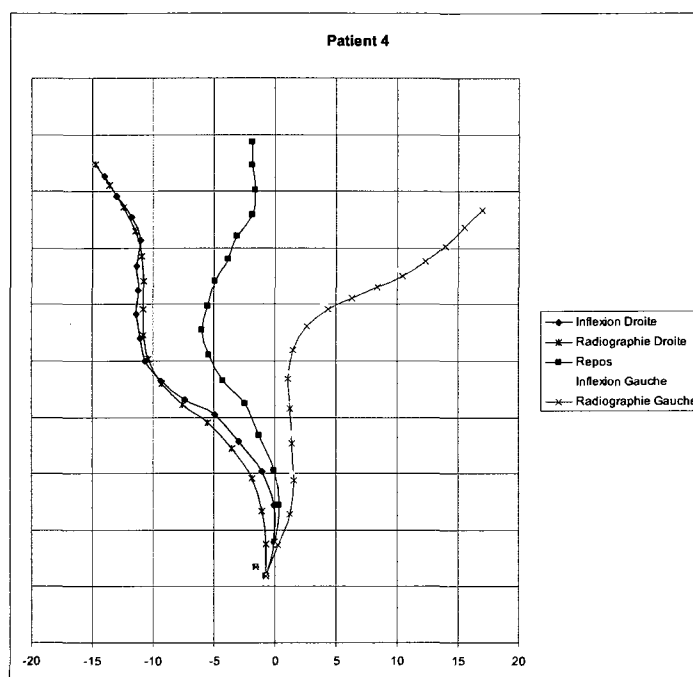


Figure A-4 Courbes rachidiennes du patient 4

A.5 Patient 5

Tableau A-13 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 5

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-6.66	1.14	61.50	-6.66	1.38	61.50	0.24
T2	-6.86	1.34	59.60	-6.86	1.54	59.48	0.23
T3	-6.93	1.24	57.62	-6.93	1.64	57.63	0.40
T4	-6.98	0.80	55.68	-6.98	1.13	55.75	0.33
T5	-6.80	-0.19	53.90	-6.80	0.21	54.14	0.47
T6	-6.59	-1.49	52.17	-6.59	-0.85	52.28	0.66
T7	-6.35	-2.62	50.23	-6.35	-1.81	50.57	0.88
T8	-5.91	-3.18	48.16	-5.91	-2.58	48.54	0.71
T9	-5.31	-3.28	45.94	-5.31	-2.55	46.48	0.91
T10	-4.62	-2.49	43.64	-4.62	-2.06	44.15	0.66
T11	-3.56	-0.98	41.48	-3.56	-0.51	41.91	0.63
T12	-2.58	0.78	39.20	-2.58	0.92	39.65	0.47
L1	-1.56	2.49	36.71	-1.56	2.47	37.27	0.56
L2	-0.76	3.64	33.79	-0.76	3.80	34.13	0.38
L3	-0.76	4.13	30.39	-0.76	4.18	30.83	0.44
L4	-1.40	3.74	27.24	-1.40	3.90	27.52	0.32
L5	-3.03	3.38	24.84	-3.03	3.38	24.84	0.00

Tableau A-14 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 5

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-1.85	-14.14	57.89	-1.85	-13.64	57.35	0.73
T2	-2.40	-12.71	56.41	-2.40	-12.24	55.98	0.64
T3	-2.70	-11.46	54.75	-2.70	-11.04	54.61	0.45
T4	-3.19	-10.63	52.94	-3.19	-10.35	52.86	0.29
T5	-3.43	-10.09	51.05	-3.43	-10.20	51.02	0.12
T6	-3.59	-10.03	48.89	-3.59	-10.04	48.88	0.02
T7	-3.59	-9.90	46.73	-3.59	-9.93	46.90	0.17
T8	-3.26	-9.28	44.66	-3.26	-9.49	44.76	0.23
T9	-2.73	-8.14	42.58	-2.73	-8.38	43.00	0.48
T10	-2.29	-6.30	41.00	-2.29	-6.78	41.15	0.50
T11	-1.46	-4.02	39.76	-1.46	-4.29	39.87	0.29
T12	-0.97	-1.85	38.07	-0.97	-1.94	38.35	0.29
L1	-0.40	0.40	36.27	-0.40	0.44	36.59	0.32
L2	-0.09	2.32	33.76	-0.09	2.65	33.90	0.35
L3	-0.46	3.29	30.57	-0.46	3.67	30.77	0.43
L4	-1.33	3.50	27.37	-1.33	3.78	27.50	0.30
L5	-3.03	3.38	24.84	-3.03	3.38	24.84	0.00

Tableau A-15 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 5

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-6.56	18.06	56.71	-6.56	17.79	57.06	0.44
T2	-6.48	16.60	55.39	-6.48	16.40	55.57	0.27
T3	-6.34	15.28	53.85	-6.34	15.19	54.18	0.34
T4	-6.06	13.68	52.72	-6.06	13.56	53.16	0.45
T5	-5.64	11.65	52.10	-5.64	11.84	52.57	0.51
T6	-5.36	9.66	51.54	-5.36	9.84	51.84	0.35
T7	-5.13	7.59	50.62	-5.13	8.02	51.08	0.64
T8	-4.96	5.72	49.28	-4.96	6.19	49.85	0.74
T9	-4.72	4.46	47.40	-4.72	5.05	48.06	0.88
T10	-4.23	3.86	45.23	-4.23	4.18	45.78	0.64
T11	-3.49	3.72	42.60	-3.49	4.38	42.96	0.75
T12	-2.53	3.95	39.89	-2.53	4.50	40.29	0.68
L1	-1.56	4.44	37.01	-1.56	4.96	37.45	0.69
L2	-0.78	4.80	33.95	-0.78	5.19	34.04	0.39
L3	-0.77	4.60	30.51	-0.77	4.78	30.73	0.28
L4	-1.40	4.07	27.30	-1.40	4.03	27.48	0.18
L5	-3.03	3.38	24.84	-3.03	3.38	24.84	0.00

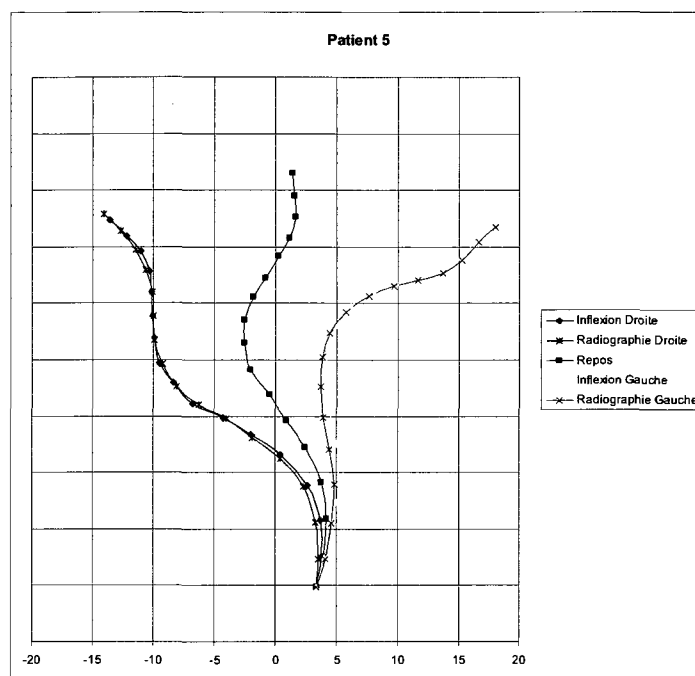


Figure A-5 Courbes rachidiennes du patient 5

A.6 Patient 6

Tableau A-16 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 6

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-5.49	-1.81	56.22	-5.49	-1.56	56.22	0.25
T2	-6.00	-1.71	54.42	-6.00	-1.51	54.31	0.22
T3	-6.54	-1.73	52.40	-6.54	-1.00	52.15	0.76
T4	-6.77	-2.13	50.33	-6.77	-1.40	50.10	0.76
T5	-6.60	-2.91	48.20	-6.60	-2.14	48.18	0.77
T6	-6.29	-3.99	46.22	-6.29	-3.54	46.44	0.50
T7	-5.63	-5.43	44.44	-5.63	-4.80	44.69	0.68
T8	-5.14	-6.67	42.65	-5.14	-6.14	42.96	0.61
T9	-4.36	-7.69	40.56	-4.36	-6.92	40.84	0.82
T10	-3.62	-8.33	38.09	-3.62	-7.44	38.71	1.09
T11	-2.78	-7.83	35.46	-2.78	-7.00	36.16	1.09
T12	-1.63	-6.69	32.98	-1.63	-6.09	33.74	0.96
L1	-0.83	-4.95	30.49	-0.83	-4.59	31.04	0.65
L2	-0.42	-2.99	27.86	-0.42	-2.71	28.47	0.67
L3	-0.39	-1.10	24.77	-0.39	-0.93	25.58	0.83
L4	-1.16	-0.22	21.83	-1.16	-0.13	22.21	0.38
L5	-2.88	-0.20	19.18	-2.88	-0.20	19.18	0.00

Tableau A-17 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 6

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-1.51	-21.29	52.44	-1.51	-20.86	50.87	1.63
T2	-2.48	-19.93	51.44	-2.48	-19.38	49.99	1.56
T3	-3.25	-18.44	50.26	-3.25	-17.38	49.20	1.50
T4	-4.16	-17.07	48.67	-4.16	-16.20	47.72	1.30
T5	-4.59	-16.09	46.49	-4.59	-15.29	45.91	0.98
T6	-4.86	-15.24	44.16	-4.86	-15.05	43.69	0.50
T7	-4.62	-14.80	41.83	-4.62	-14.71	41.46	0.38
T8	-4.47	-14.47	39.43	-4.47	-14.58	39.23	0.23
T9	-3.67	-13.77	37.16	-3.67	-13.76	37.14	0.02
T10	-2.97	-12.64	35.07	-2.97	-12.86	35.13	0.23
T11	-2.23	-10.96	33.12	-2.23	-11.07	33.22	0.15
T12	-1.38	-8.92	31.49	-1.38	-8.96	31.54	0.06
L1	-0.70	-6.57	29.58	-0.70	-6.47	29.65	0.13
L2	-0.35	-4.20	27.33	-0.35	-3.87	27.82	0.59
L3	-0.38	-2.06	24.59	-0.38	-1.49	25.42	1.00
L4	-1.16	-0.63	21.96	-1.16	-0.27	22.19	0.43
L5	-2.88	-0.20	19.18	-2.88	-0.20	19.18	0.00

Tableau A-18 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 6

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	-5.58	13.91	51.87	-5.58	14.10	50.91	0.98
T2	-5.41	13.07	50.15	-5.41	12.79	49.44	0.77
T3	-5.82	11.91	48.37	-5.82	11.54	47.56	0.88
T4	-5.30	10.50	46.78	-5.30	10.02	46.22	0.74
T5	-4.63	8.73	45.38	-4.63	8.38	45.16	0.42
T6	-3.87	6.56	44.39	-3.87	6.32	44.64	0.34
T7	-3.17	4.41	43.55	-3.17	4.26	44.01	0.48
T8	-2.59	2.32	42.46	-2.59	2.19	43.40	0.95
T9	-2.24	0.43	41.23	-2.24	0.36	41.91	0.68
T10	-1.89	-1.11	39.41	-1.89	-1.24	40.27	0.87
T11	-1.58	-2.20	37.19	-1.58	-2.15	37.72	0.54
T12	-0.72	-2.64	34.43	-0.72	-2.59	35.07	0.64
L1	-0.22	-2.55	31.57	-0.22	-2.27	31.94	0.46
L2	-0.09	-1.94	28.32	-0.09	-1.32	28.88	0.83
L3	-0.27	-1.06	24.94	-0.27	-0.28	25.64	1.04
L4	-1.13	-0.50	21.91	-1.13	0.03	22.19	0.60
L5	-2.88	-0.20	19.18	-2.88	-0.20	19.18	0.00

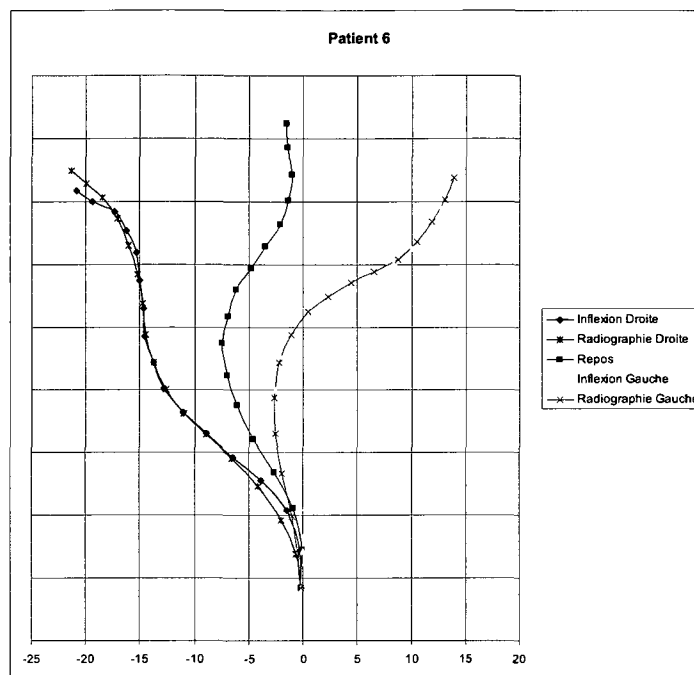


Figure A-6 Courbes rachidiennes du patient 6

A.7 Patient 7

Tableau A-19 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 7

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	Z	
T1	5.61	0.80	61.40	5.61	1.00	61.40	0.20
T2	5.16	0.78	59.37	5.16	1.23	59.48	0.46
T3	4.85	0.71	57.20	4.85	1.04	57.39	0.39
T4	4.69	0.26	55.31	4.69	0.82	55.34	0.56
T5	4.90	-0.46	53.43	4.90	-0.25	53.56	0.25
T6	5.05	-1.44	51.47	5.05	-1.21	51.58	0.26
T7	5.31	-1.96	49.28	5.31	-1.73	49.39	0.26
T8	5.47	-2.06	47.08	5.47	-1.73	47.23	0.36
T9	5.82	-1.52	44.94	5.82	-1.19	44.94	0.33
T10	6.08	-0.47	42.66	6.08	0.05	42.85	0.56
T11	6.37	0.94	40.44	6.37	1.46	40.68	0.57
T12	6.97	2.02	37.86	6.97	2.21	37.75	0.22
L1	7.39	2.16	34.86	7.39	2.53	34.89	0.38
L2	7.87	1.71	31.62	7.87	2.11	31.49	0.42
L3	8.04	0.67	28.28	8.04	0.99	28.25	0.32
L4	7.73	-0.84	25.13	7.73	-0.55	25.13	0.29
L5	6.56	-2.22	21.94	6.56	-2.22	21.94	0.00

Tableau A-20 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 7

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	Z	
T1	8.26	-16.41	57.32	8.26	-15.49	56.99	0.97
T2	7.93	-14.90	56.05	7.93	-13.97	55.75	0.98
T3	7.30	-13.46	54.50	7.30	-12.77	54.12	0.78
T4	6.74	-12.18	52.90	6.74	-11.68	52.46	0.67
T5	6.65	-11.37	51.01	6.65	-11.43	50.39	0.62
T6	6.65	-10.59	49.01	6.65	-11.04	48.21	0.91
T7	6.84	-9.64	46.90	6.84	-10.23	46.11	0.98
T8	6.90	-8.49	45.04	6.90	-9.04	44.29	0.92
T9	7.17	-6.98	43.32	7.17	-7.37	42.62	0.80
T10	7.34	-4.97	41.79	7.34	-5.25	41.41	0.47
T11	7.44	-2.85	40.12	7.44	-2.99	40.13	0.14
T12	7.74	-1.14	37.91	7.74	-1.00	37.80	0.18
L1	7.94	0.01	35.05	7.94	0.32	35.23	0.36
L2	8.18	0.24	31.75	8.18	0.90	31.84	0.67
L3	8.19	-0.19	28.34	8.19	0.48	28.45	0.67
L4	7.77	-1.08	25.19	7.77	-0.67	25.19	0.41
L5	6.56	-2.22	21.94	6.56	-2.22	21.94	0.00

Tableau A-21 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 7

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	8.08	23.69	50.65	8.08	23.58	49.88	0.77
T2	7.52	21.76	49.93	7.52	21.76	49.31	0.62
T3	7.50	19.83	48.99	7.50	19.69	48.85	0.20
T4	7.71	17.92	48.35	7.71	17.72	48.27	0.21
T5	8.06	15.89	47.99	8.06	15.68	48.46	0.52
T6	7.83	13.78	47.64	7.83	13.48	48.29	0.71
T7	7.44	11.62	46.86	7.44	11.43	47.43	0.60
T8	7.23	9.73	45.55	7.23	9.74	46.08	0.53
T9	7.12	8.28	43.74	7.12	8.42	44.11	0.40
T10	6.90	7.31	41.34	6.90	7.91	41.72	0.71
T11	6.90	6.59	38.75	6.90	7.60	39.14	1.08
T12	7.43	5.88	35.97	7.43	6.46	36.33	0.68
L1	7.72	4.63	33.34	7.72	5.37	33.63	0.79
L2	8.06	3.10	30.55	8.06	3.65	30.64	0.55
L3	8.11	1.24	27.60	8.11	1.66	27.83	0.48
L4	7.74	-0.52	24.78	7.74	-0.38	25.02	0.28
L5	6.56	-2.22	21.94	6.56	-2.22	21.94	0.00

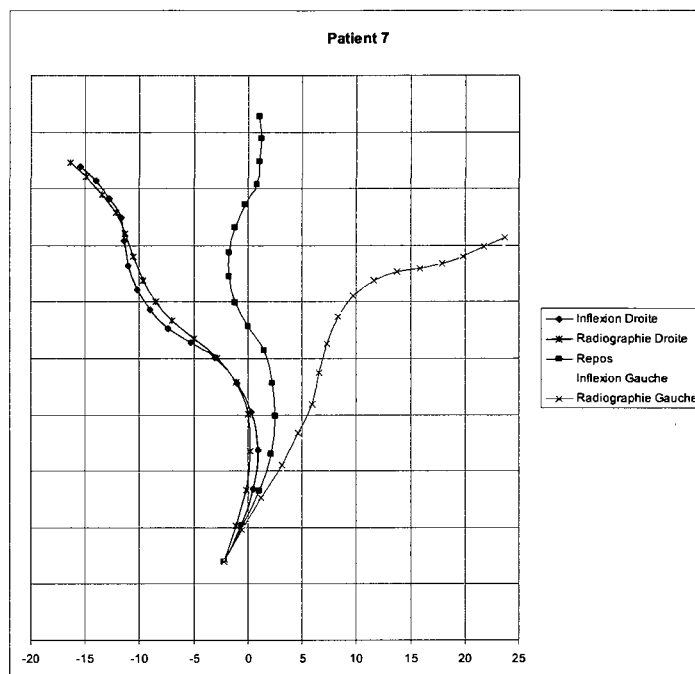


Figure A-7 Courbes rachidiennes du patient 7

A.8 Patient 8

Tableau A-22 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 8

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-6.61	-1.54	61.25	-6.61	-1.45	61.25	0.09
T2	-7.10	-1.34	59.26	-7.10	-1.40	59.33	0.09
T3	-7.43	-1.50	57.19	-7.43	-1.31	57.34	0.24
T4	-7.63	-2.08	55.32	-7.63	-1.93	55.52	0.25
T5	-7.68	-2.50	53.48	-7.68	-2.53	53.76	0.29
T6	-7.82	-3.16	51.50	-7.82	-2.99	51.83	0.37
T7	-7.67	-3.69	49.59	-7.67	-3.39	49.87	0.41
T8	-7.24	-4.22	47.56	-7.24	-3.90	47.88	0.45
T9	-6.79	-4.42	45.37	-6.79	-3.94	45.76	0.62
T10	-5.91	-4.12	43.11	-5.91	-3.93	43.73	0.64
T11	-5.14	-3.69	40.84	-5.14	-3.60	41.33	0.49
T12	-4.06	-3.20	38.33	-4.06	-3.10	38.89	0.58
L1	-2.91	-2.46	35.72	-2.91	-2.54	36.34	0.63
L2	-1.77	-1.91	32.97	-1.77	-1.95	33.53	0.56
L3	-0.92	-1.61	29.73	-0.92	-1.62	30.18	0.45
L4	-0.80	-1.75	26.42	-0.80	-1.79	26.85	0.43
L5	-1.73	-2.03	23.49	-1.73	-2.03	23.49	0.00

Tableau A-23 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 8

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-7.37	-9.98	60.37	-7.37	-9.85	60.16	0.25
T2	-7.88	-9.19	58.59	-7.88	-9.15	58.37	0.22
T3	-8.10	-8.49	56.61	-8.10	-8.44	56.50	0.12
T4	-8.38	-8.14	54.57	-8.38	-8.47	54.58	0.34
T5	-8.42	-8.08	52.39	-8.42	-8.54	52.73	0.57
T6	-8.47	-8.05	50.38	-8.47	-8.42	50.74	0.52
T7	-8.20	-7.94	48.40	-8.20	-8.25	48.76	0.48
T8	-7.66	-7.65	46.27	-7.66	-8.18	46.74	0.70
T9	-7.11	-7.05	44.21	-7.11	-7.63	44.71	0.77
T10	-6.15	-6.21	41.98	-6.15	-7.07	42.79	1.19
T11	-5.29	-5.32	39.91	-5.29	-6.12	40.60	1.06
T12	-4.14	-4.44	37.55	-4.14	-4.99	38.42	1.03
L1	-2.95	-3.03	35.29	-2.95	-3.87	36.08	1.16
L2	-1.78	-2.09	32.80	-1.78	-2.75	33.45	0.93
L3	-0.93	-1.59	29.72	-0.93	-1.96	30.18	0.60
L4	-0.80	-1.54	26.45	-0.80	-1.88	26.85	0.53
L5	-1.73	-2.03	23.49	-1.73	-2.03	23.49	0.00

Tableau A-24 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 8

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-6.85	12.30	57.37	-6.85	12.61	57.46	0.33
T2	-7.11	11.20	55.74	-7.11	11.43	55.88	0.27
T3	-7.34	9.87	54.22	-7.34	10.34	54.20	0.48
T4	-7.22	8.40	52.79	-7.22	8.82	53.01	0.48
T5	-7.06	6.98	51.47	-7.06	7.40	51.83	0.56
T6	-7.20	5.47	50.01	-7.20	5.97	50.45	0.67
T7	-7.13	3.99	48.50	-7.13	4.63	48.96	0.79
T8	-6.79	2.54	46.96	-6.79	3.21	47.45	0.83
T9	-6.45	1.44	45.01	-6.45	2.17	45.58	0.93
T10	-5.65	0.64	42.98	-5.65	1.24	43.74	0.96
T11	-5.01	-0.06	40.79	-5.01	0.48	41.40	0.81
T12	-4.01	-0.59	38.29	-4.01	-0.08	38.95	0.83
L1	-2.90	-0.71	35.55	-2.90	-0.46	36.34	0.84
L2	-1.78	-1.05	32.83	-1.78	-0.72	33.47	0.72
L3	-0.93	-1.29	29.60	-0.93	-1.08	30.12	0.56
L4	-0.80	-1.56	26.33	-0.80	-1.66	26.84	0.51
L5	-1.73	-2.03	23.49	-1.73	-2.03	23.49	0.00

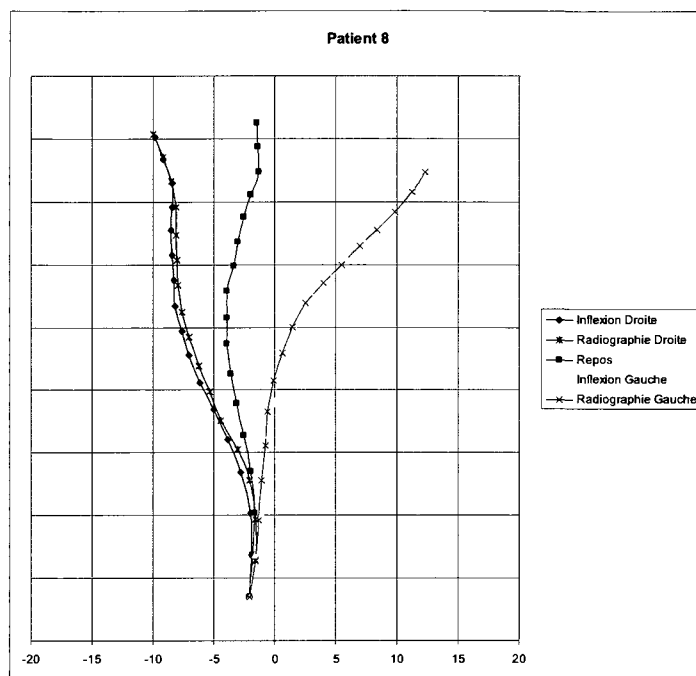


Figure A-8 Courbes rachidiennes du patient 8

A.9 Patient 9

Tableau A-25 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 9

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-3.35	2.48	53.42	-3.35	1.91	53.42	0.57
T2	-3.71	2.42	51.62	-3.71	2.32	51.66	0.11
T3	-3.82	1.97	49.75	-3.82	1.81	49.76	0.15
T4	-4.13	1.01	47.96	-4.13	0.98	47.95	0.04
T5	-4.23	-0.38	46.56	-4.23	-0.68	46.75	0.36
T6	-4.23	-2.12	45.17	-4.23	-1.98	45.29	0.19
T7	-4.12	-3.41	43.42	-4.12	-3.31	43.56	0.18
T8	-3.92	-4.13	41.48	-3.92	-3.89	41.59	0.26
T9	-3.59	-4.17	39.17	-3.59	-4.03	39.38	0.25
T10	-3.11	-3.10	37.18	-3.11	-3.04	37.38	0.21
T11	-2.59	-1.45	35.26	-2.59	-1.74	35.57	0.43
T12	-1.91	0.36	33.09	-1.91	0.09	33.60	0.58
L1	-1.34	1.65	30.71	-1.34	1.47	31.00	0.34
L2	-1.09	2.44	27.72	-1.09	1.85	28.14	0.72
L3	-1.19	2.24	24.51	-1.19	1.80	25.24	0.86
L4	-1.75	1.45	21.69	-1.75	1.31	22.01	0.34
L5	-2.80	0.65	18.99	-2.80	0.65	18.99	0.00

Tableau A-26 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 9

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	1.84	-14.63	50.64	1.84	-14.10	49.22	1.51
T2	1.65	-13.30	49.26	1.65	-12.48	48.37	1.21
T3	0.75	-12.36	47.56	0.75	-11.66	46.83	1.01
T4	-0.03	-11.78	45.65	-0.03	-11.01	45.08	0.95
T5	-0.88	-11.77	43.65	-0.88	-11.48	43.27	0.47
T6	-1.06	-11.89	41.49	-1.06	-11.51	41.33	0.42
T7	-1.13	-11.67	39.33	-1.13	-11.46	39.15	0.27
T8	-0.94	-10.91	37.29	-0.94	-10.73	37.22	0.20
T9	-0.70	-9.50	35.61	-0.70	-9.56	35.33	0.28
T10	-0.30	-7.45	34.65	-0.30	-7.60	34.23	0.44
T11	-0.05	-5.07	33.85	-0.05	-5.50	33.35	0.66
T12	0.20	-2.74	32.54	0.20	-2.88	32.50	0.14
L1	0.06	-0.83	30.66	0.06	-0.60	30.55	0.25
L2	-0.26	0.80	27.96	-0.26	0.63	27.96	0.17
L3	-0.78	1.32	24.79	-0.78	1.23	25.18	0.41
L4	-1.64	0.99	21.85	-1.64	1.18	21.99	0.23
L5	-2.80	0.65	18.99	-2.80	0.65	18.99	0.00

Tableau A-27 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 9

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-1.96	12.03	51.53	-1.96	11.27	51.33	0.79
T2	-2.53	11.00	49.96	-2.53	10.88	49.62	0.36
T3	-2.42	9.80	48.51	-2.42	9.64	48.11	0.44
T4	-2.65	8.16	47.46	-2.65	8.11	46.80	0.66
T5	-2.64	6.40	46.53	-2.64	6.11	46.37	0.33
T6	-2.79	4.40	45.68	-2.79	4.35	45.53	0.16
T7	-2.89	2.56	44.59	-2.89	2.47	44.42	0.19
T8	-2.98	1.13	42.92	-2.98	1.24	42.76	0.18
T9	-2.91	0.43	40.84	-2.91	0.34	40.72	0.15
T10	-2.72	0.54	38.63	-2.72	0.63	38.46	0.19
T11	-2.40	1.15	36.14	-2.40	1.27	36.29	0.19
T12	-1.89	2.07	33.52	-1.89	2.36	33.80	0.40
L1	-1.33	2.71	30.76	-1.33	2.99	30.91	0.31
L2	-1.09	2.92	27.74	-1.09	2.72	28.03	0.35
L3	-1.21	2.51	24.65	-1.21	2.20	25.17	0.61
L4	-1.75	1.64	21.76	-1.75	1.41	21.99	0.33
L5	-2.80	0.65	18.99	-2.80	0.65	18.99	0.00

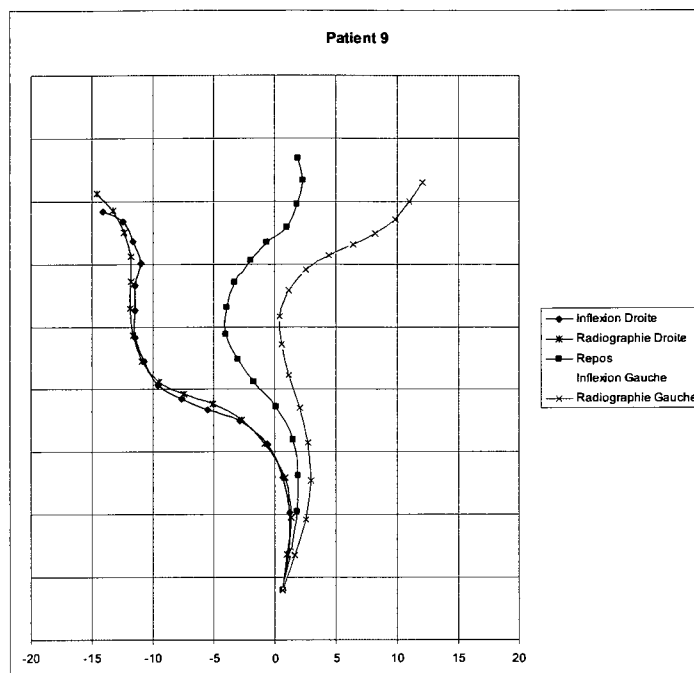


Figure A-9 Courbes rachidiennes du patient 9

A.10 Patient 10

Tableau A-28 Position initiale (au repos) des centroïdes du patient 10

Vertèbre	Radiographie			Reconstruction 3D			Erreur (cm)
	X	y	Z	x	y	z	
T1	-0.62	-3.17	69.63	-0.62	-2.91	69.63	0.25
T2	-1.23	-3.67	67.53	-1.23	-3.15	67.67	0.54
T3	-1.93	-4.46	65.35	-1.93	-3.83	65.55	0.66
T4	-2.35	-5.40	63.19	-2.35	-5.15	63.50	0.40
T5	-2.82	-6.77	61.25	-2.82	-6.12	61.48	0.70
T6	-3.22	-7.98	59.33	-3.22	-7.30	59.86	0.87
T7	-3.55	-8.74	57.54	-3.55	-8.11	57.93	0.73
T8	-4.08	-9.58	55.23	-4.08	-8.58	55.67	1.10
T9	-4.25	-9.31	52.81	-4.25	-8.33	53.24	1.07
T10	-4.52	-8.22	50.39	-4.52	-7.50	50.75	0.80
T11	-4.38	-6.87	47.90	-4.38	-6.34	48.15	0.58
T12	-3.94	-5.50	45.41	-3.94	-4.83	45.64	0.70
L1	-2.91	-3.57	42.82	-2.91	-3.00	42.98	0.59
L2	-1.54	-1.82	40.11	-1.54	-1.25	40.23	0.59
L3	-0.14	-0.43	37.11	-0.14	-0.30	37.25	0.18
L4	0.62	-0.08	33.42	0.62	-0.06	33.67	0.25
L5	0.30	-0.84	30.02	0.30	-0.84	30.02	0.00

Tableau A-29 Position en inflexion latérale droit des centroïdes du patient 10

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-2.16	-18.95	67.10	-2.16	-18.55	66.31	0.89
T2	-2.51	-18.03	65.22	-2.51	-17.47	64.58	0.86
T3	-3.17	-17.28	63.02	-3.17	-16.66	62.49	0.81
T4	-3.79	-16.90	60.57	-3.79	-16.52	60.10	0.60
T5	-4.08	-16.92	58.29	-4.08	-16.17	57.86	0.86
T6	-4.49	-16.84	55.78	-4.49	-16.27	55.86	0.58
T7	-4.61	-16.38	53.66	-4.61	-15.98	53.76	0.41
T8	-4.83	-15.52	51.42	-4.83	-15.27	51.51	0.27
T9	-4.52	-14.20	49.45	-4.52	-13.99	49.44	0.21
T10	-4.45	-12.18	47.56	-4.45	-12.13	47.57	0.06
T11	-4.05	-9.94	45.69	-4.05	-10.01	45.71	0.07
T12	-3.33	-7.67	43.65	-3.33	-7.67	44.04	0.39
L1	-2.40	-5.21	41.70	-2.40	-5.01	42.15	0.49
L2	-1.27	-3.05	39.58	-1.27	-2.49	39.96	0.67
L3	-0.03	-1.54	36.90	-0.03	-0.91	37.20	0.70
L4	0.65	-0.69	33.55	0.65	-0.22	33.68	0.49
L5	0.30	-0.84	30.02	0.30	-0.84	30.02	0.00

Tableau A-30 Position en inflexion latérale gauche des centroïdes du patient 10

Vertèbre	Radiographie			Simulation			Erreur (cm)
	x	y	Z	x	y	z	
T1	-1.48	9.82	67.82	-1.48	9.34	67.11	0.85
T2	-2.15	8.35	66.25	-2.15	8.20	65.52	0.75
T3	-2.76	6.69	64.66	-2.76	6.61	63.93	0.74
T4	-3.03	4.90	63.23	-3.03	4.49	62.67	0.69
T5	-3.46	2.93	62.04	-3.46	2.73	61.28	0.79
T6	-3.74	1.03	60.59	-3.74	0.96	60.29	0.31
T7	-3.97	-0.60	59.08	-3.97	-0.60	58.87	0.21
T8	-4.44	-2.08	57.07	-4.44	-1.96	56.99	0.14
T9	-4.73	-2.72	54.73	-4.73	-2.69	54.67	0.07
T10	-5.04	-2.78	52.20	-5.04	-2.84	52.05	0.15
T11	-4.87	-2.63	49.24	-4.87	-2.72	49.21	0.10
T12	-4.44	-2.25	46.29	-4.44	-2.19	46.33	0.07
L1	-3.24	-1.46	43.10	-3.24	-1.24	43.32	0.31
L2	-1.68	-0.73	40.05	-1.68	-0.23	40.30	0.56
L3	-0.17	-0.08	36.98	-0.17	0.16	37.24	0.35
L4	0.62	-0.40	33.51	0.62	0.05	33.66	0.48
L5	0.30	-0.84	30.02	0.30	-0.84	30.02	0.00

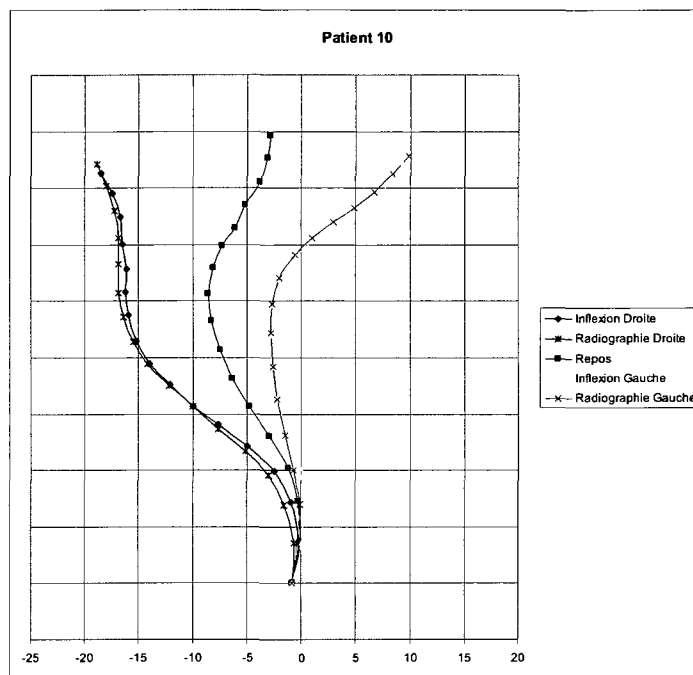


Figure A-10 Courbes rachidiennes du patient 10

ANNEXE B - COURBES EXPÉRIMENTALES MODIFIÉES

B.1 Flexion-Extension

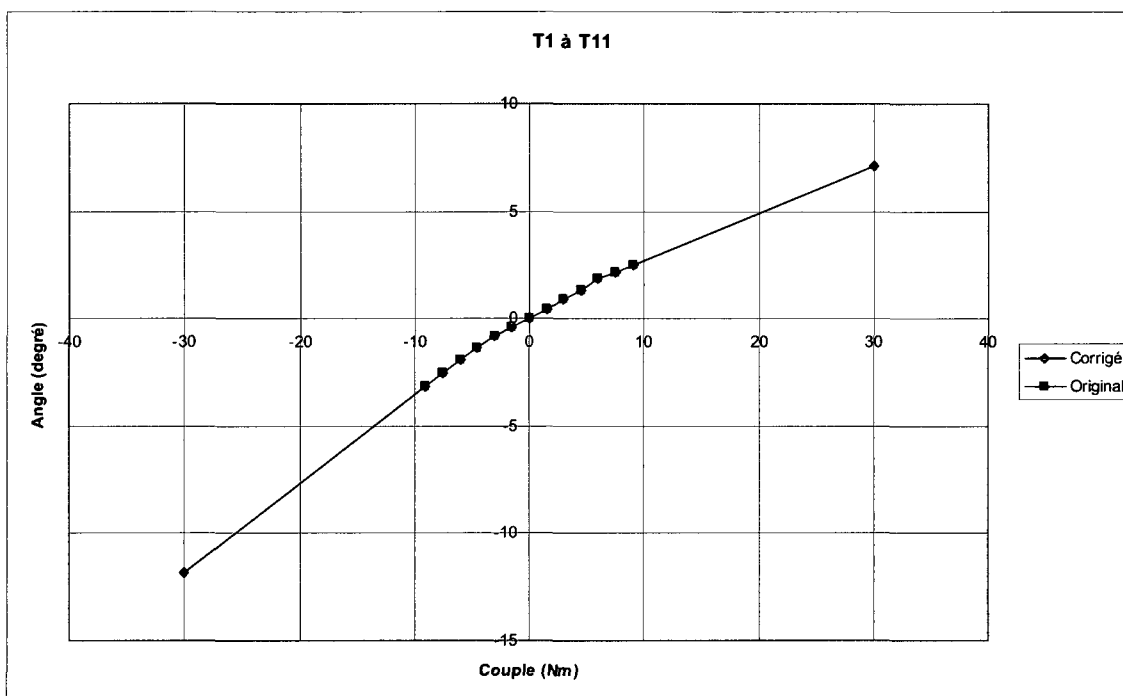


Figure B-1 Courbe expérimentale en flexion-extension T1 à T11

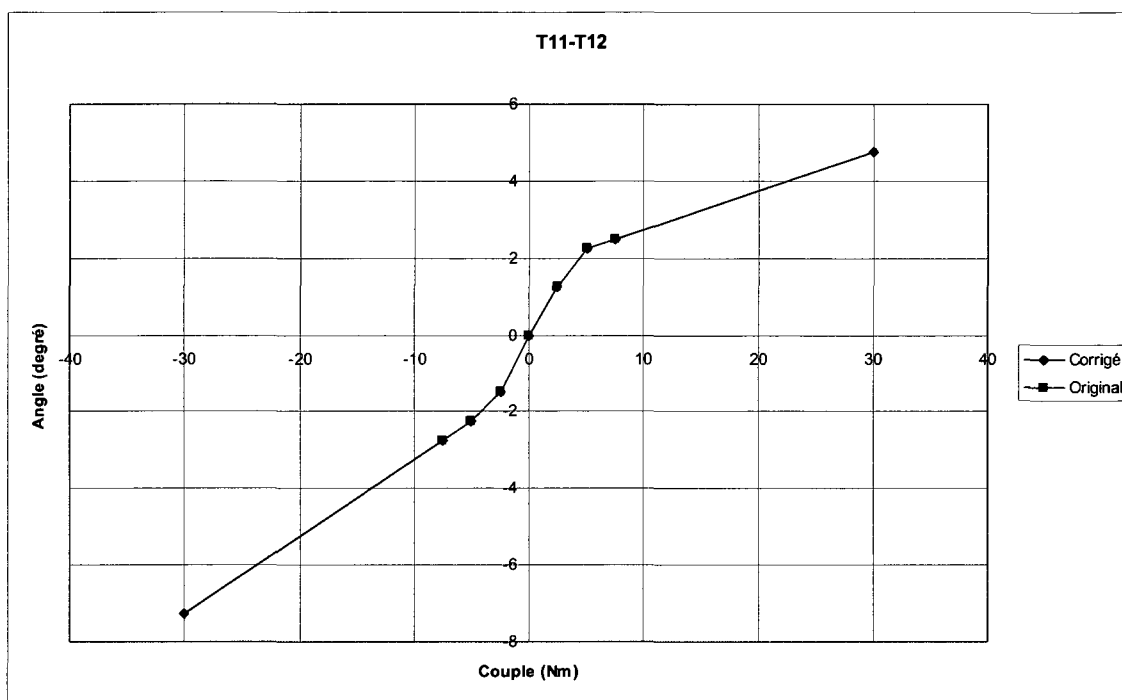


Figure B-2 Courbe expérimentale en flexion-extension T11-T12

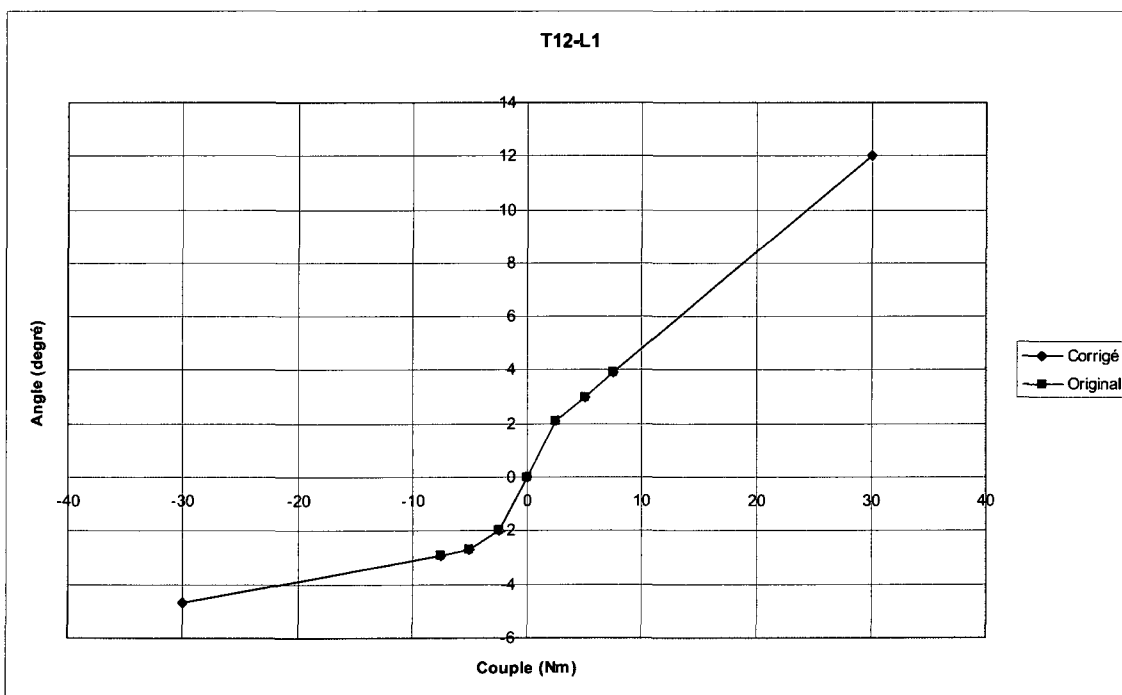


Figure B-3 Courbe expérimentale en flexion-extension T12-L1

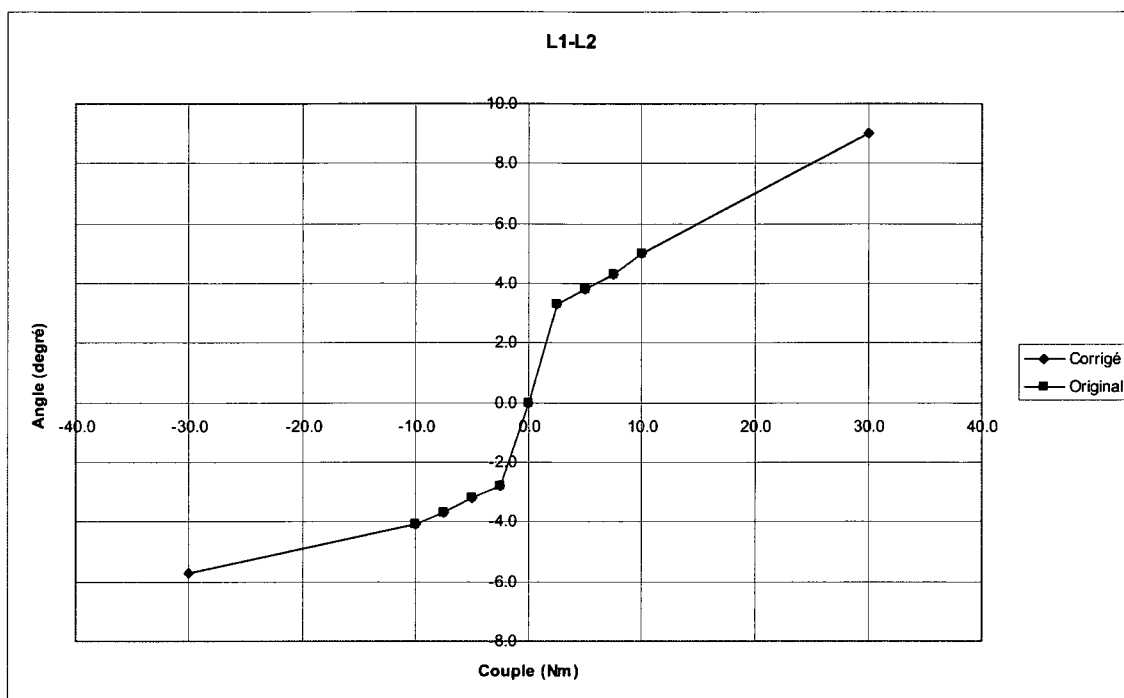


Figure B-4 Courbe expérimentale en flexion-extension L1-L2

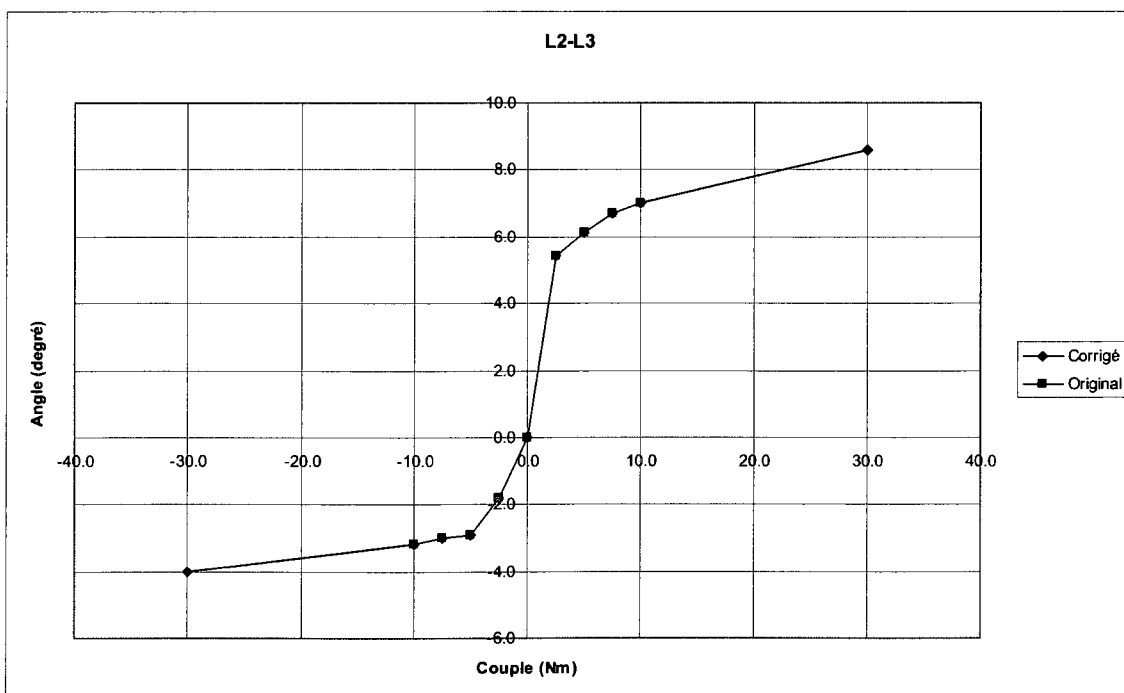


Figure B-5 Courbe expérimentale en flexion-extension L2-L3

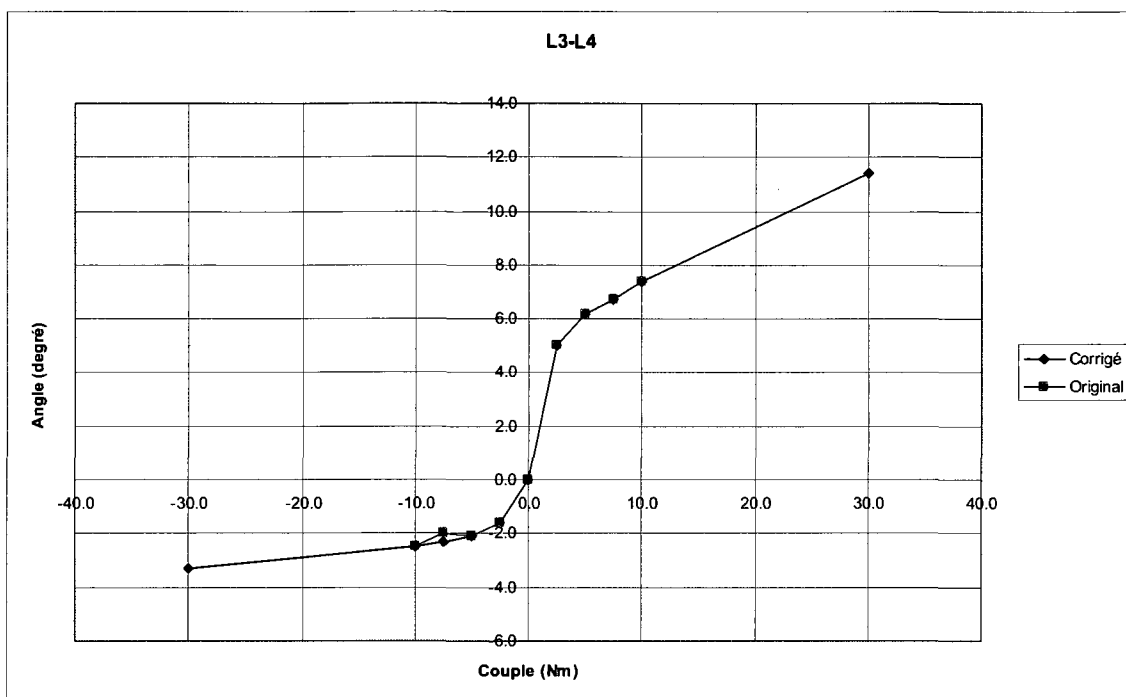


Figure B-6 Courbe expérimentale en flexion-extension L3-L4

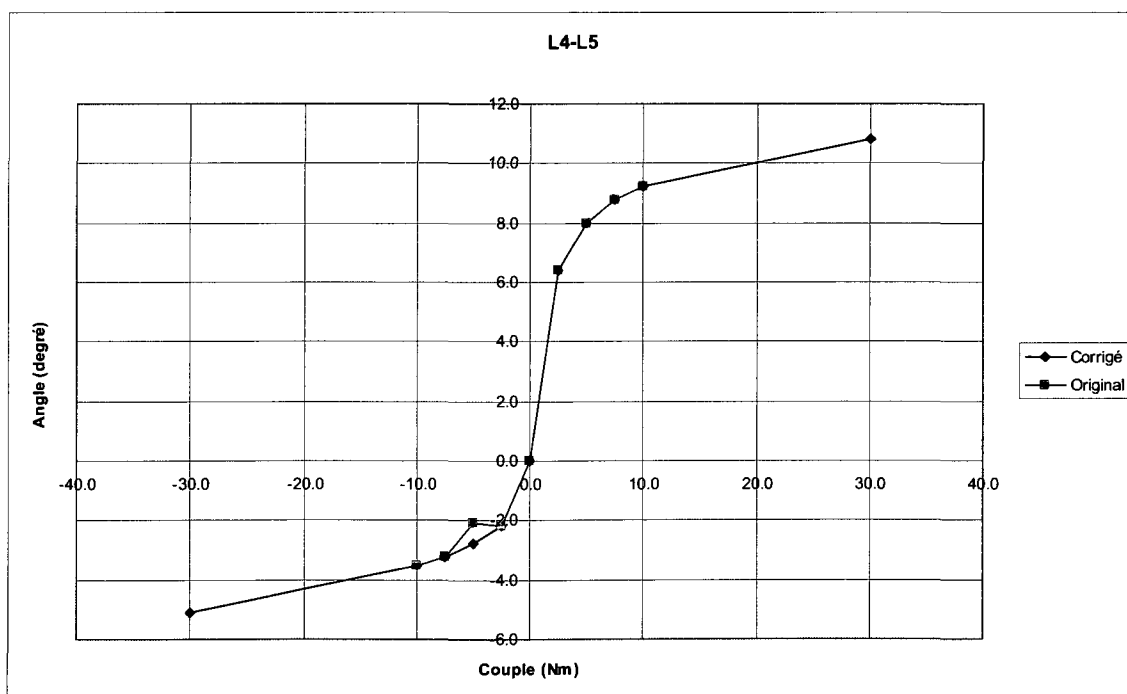


Figure B-7 Courbe expérimentale en flexion-extension L4-L5

B.2 Inflexion latérale

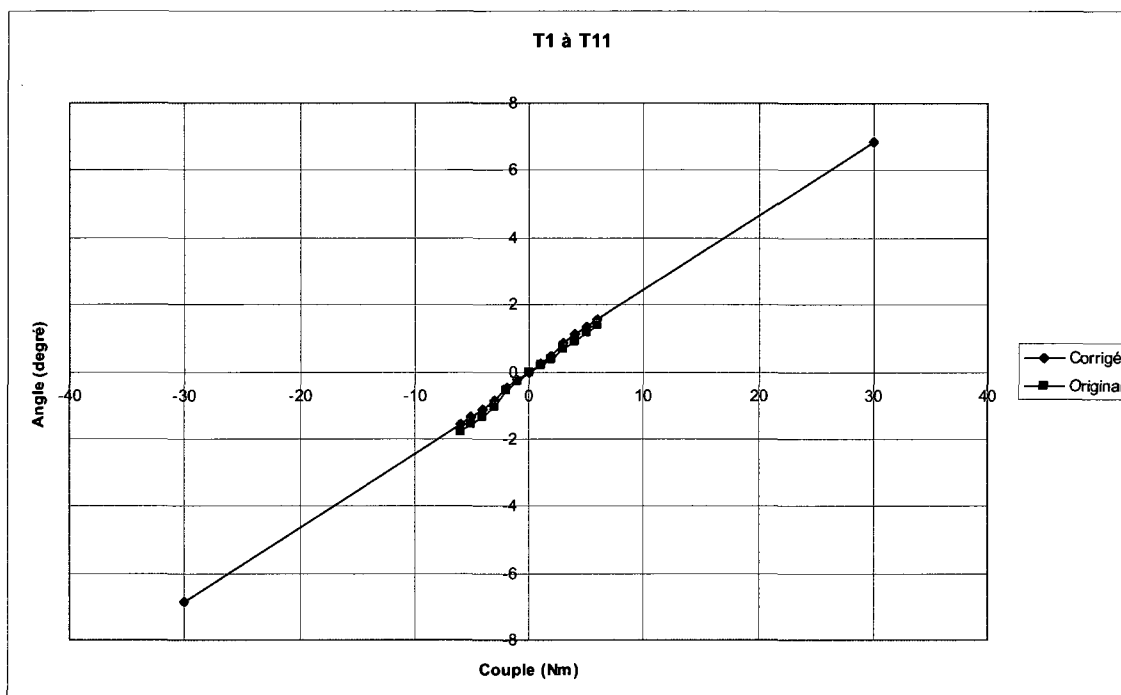


Figure B-8 Courbe expérimentale en inflexion latérale T1-T11

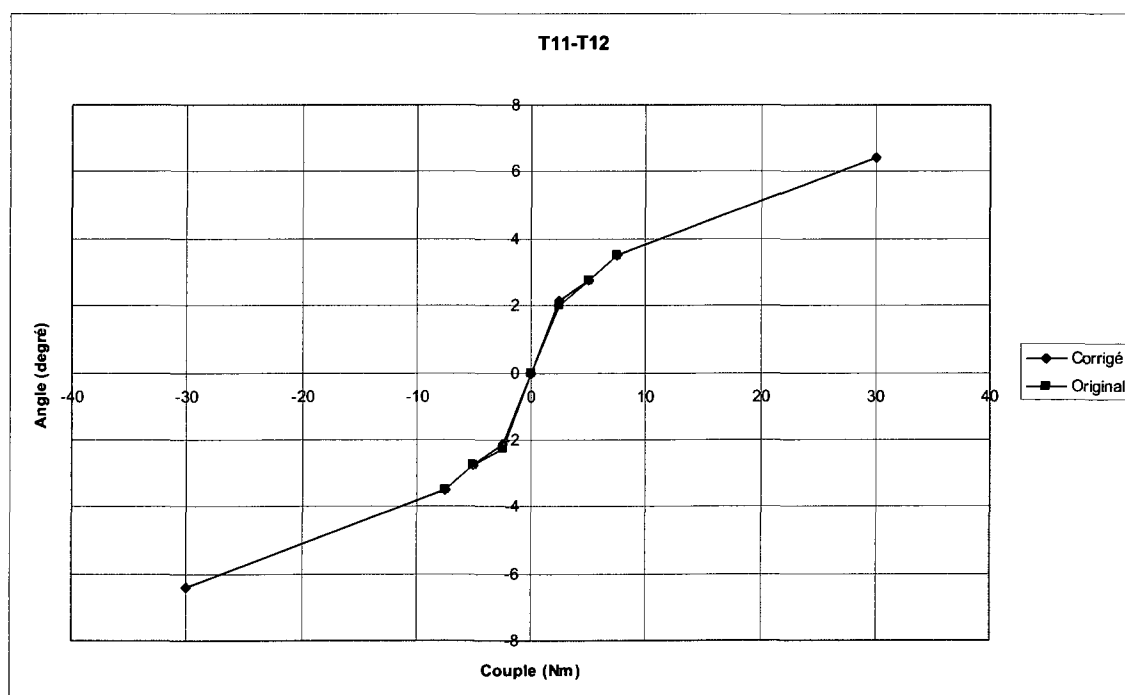


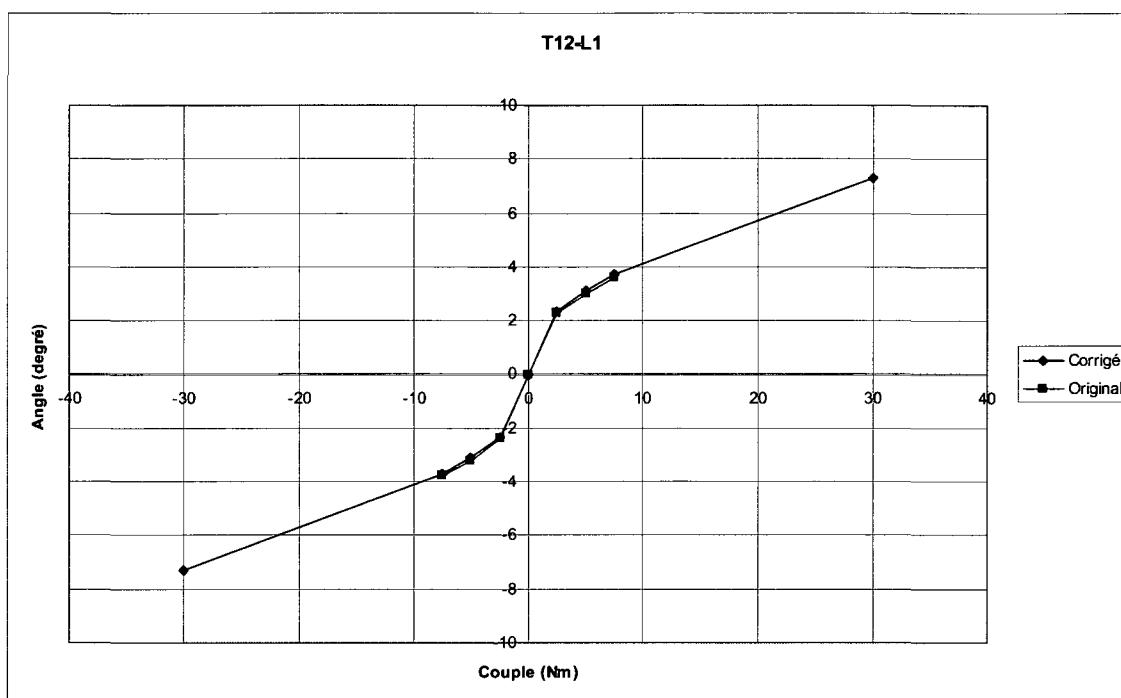
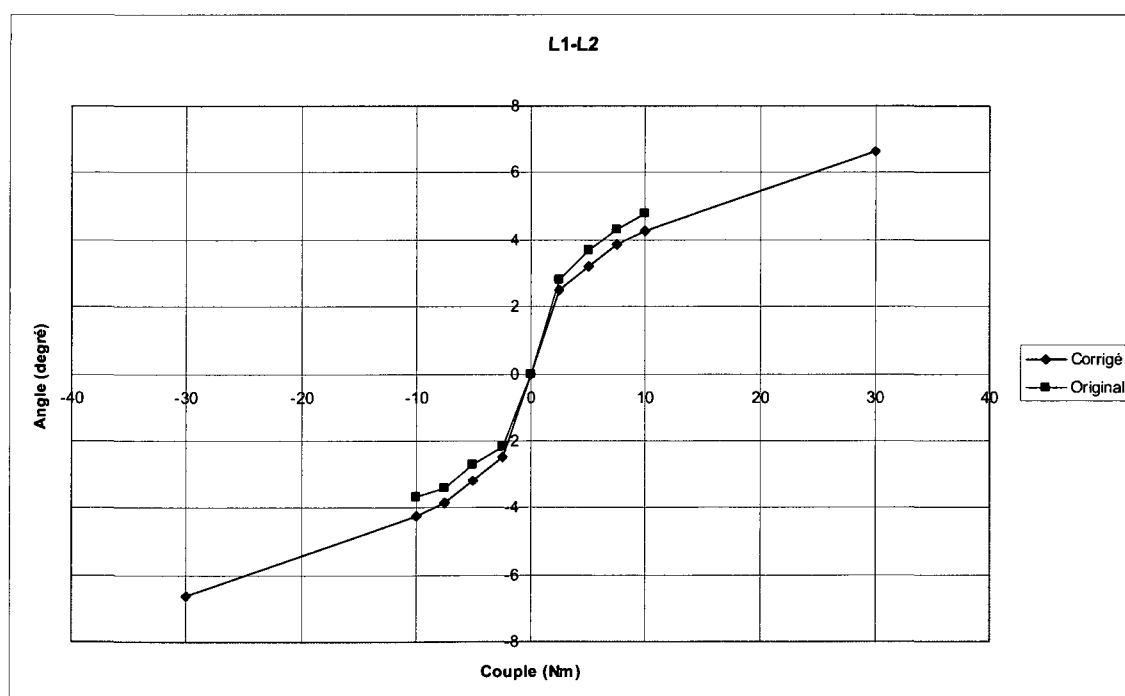
Figure B-9 Courbe expérimentale en inflexion latérale T11-T12**Figure B-10 Courbe expérimentale en inflexion latérale T12-L1**

Figure B-11 Courbe expérimentale en inflexion latérale L1-L2

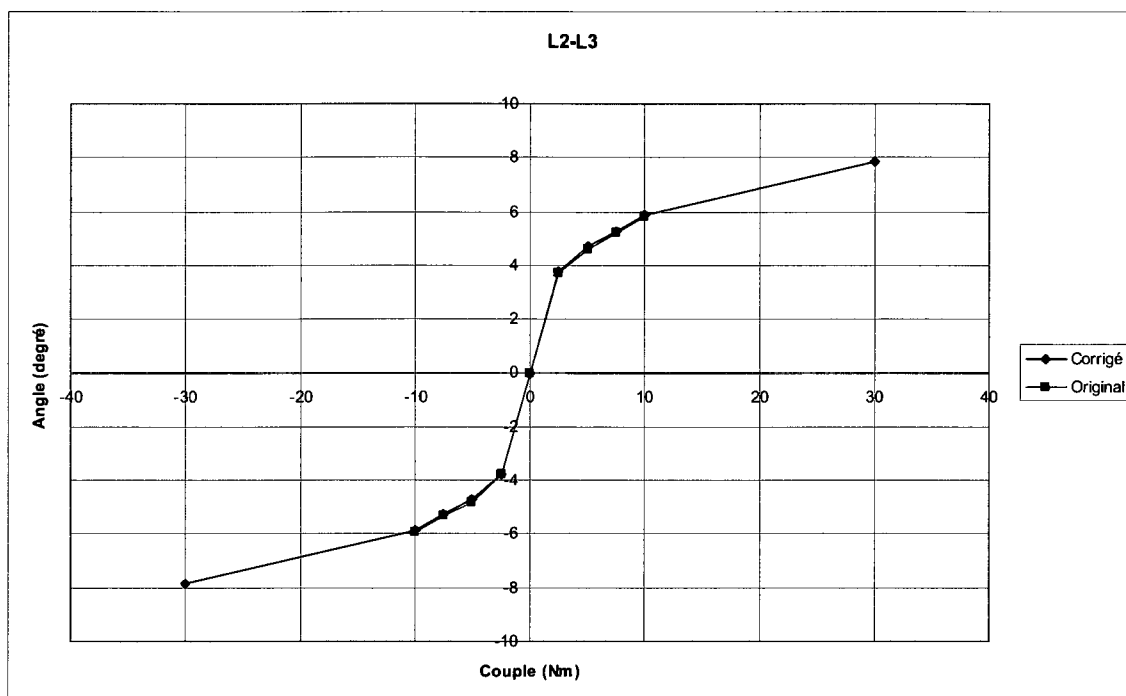


Figure B-12 Courbe expérimentale en inflexion latérale L2-L3

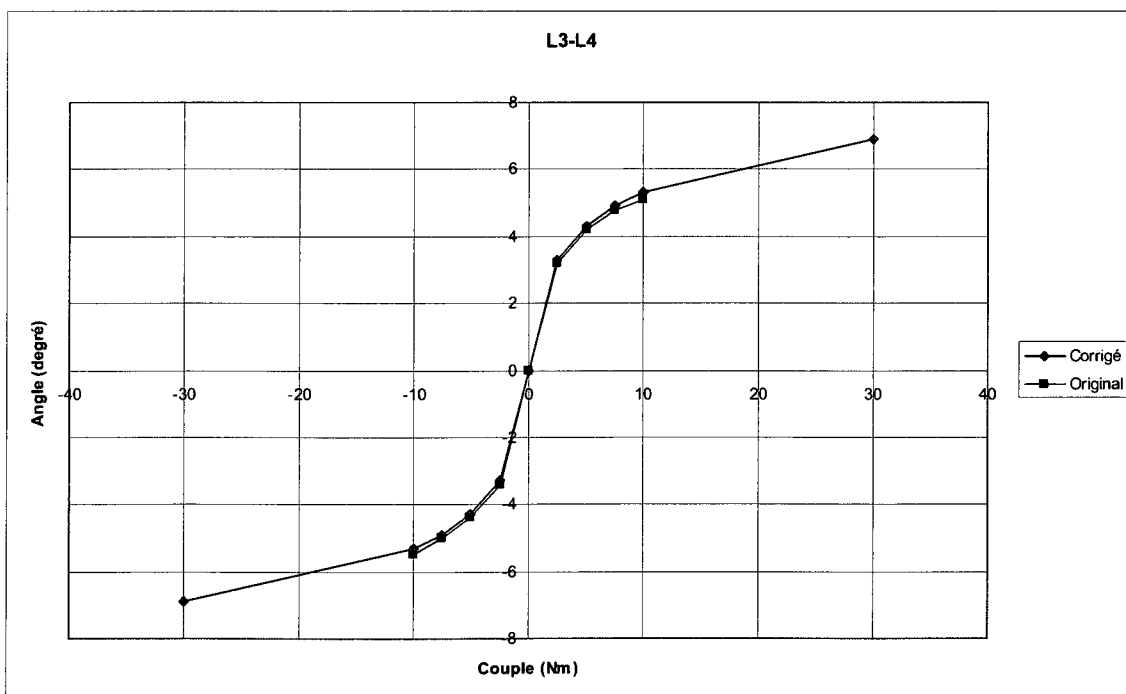


Figure B-13 Courbe expérimentale en inflexion latérale L3-L4

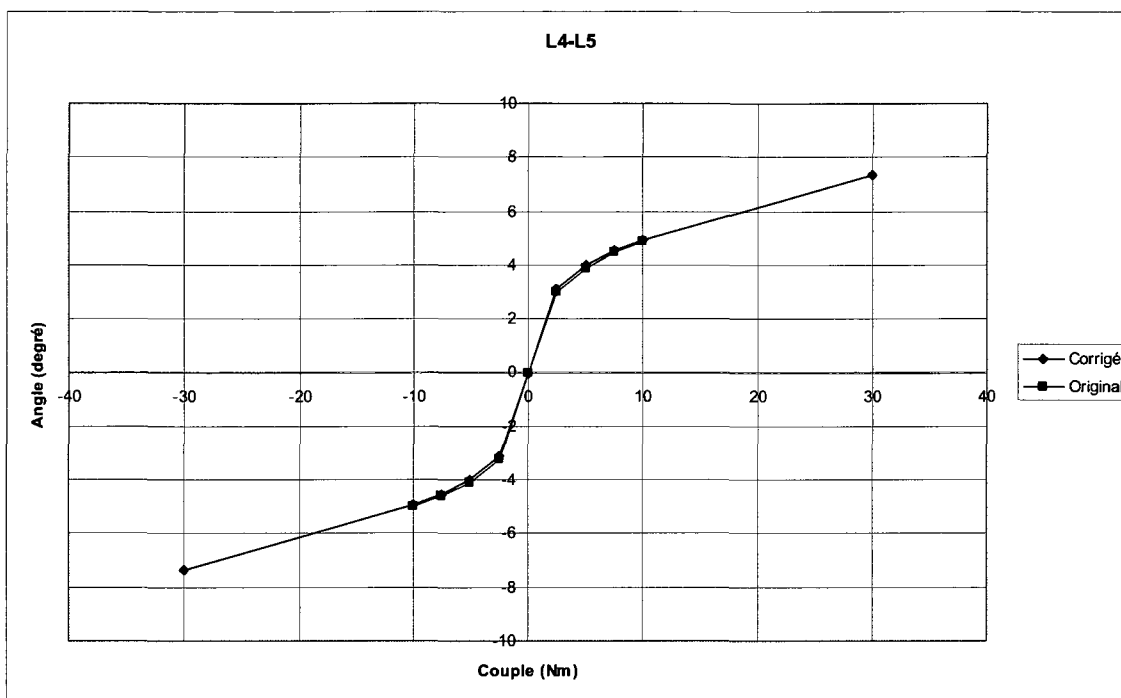


Figure B-14 Courbe expérimentale en inflexion latérale L4-L5

B.3 Torsion

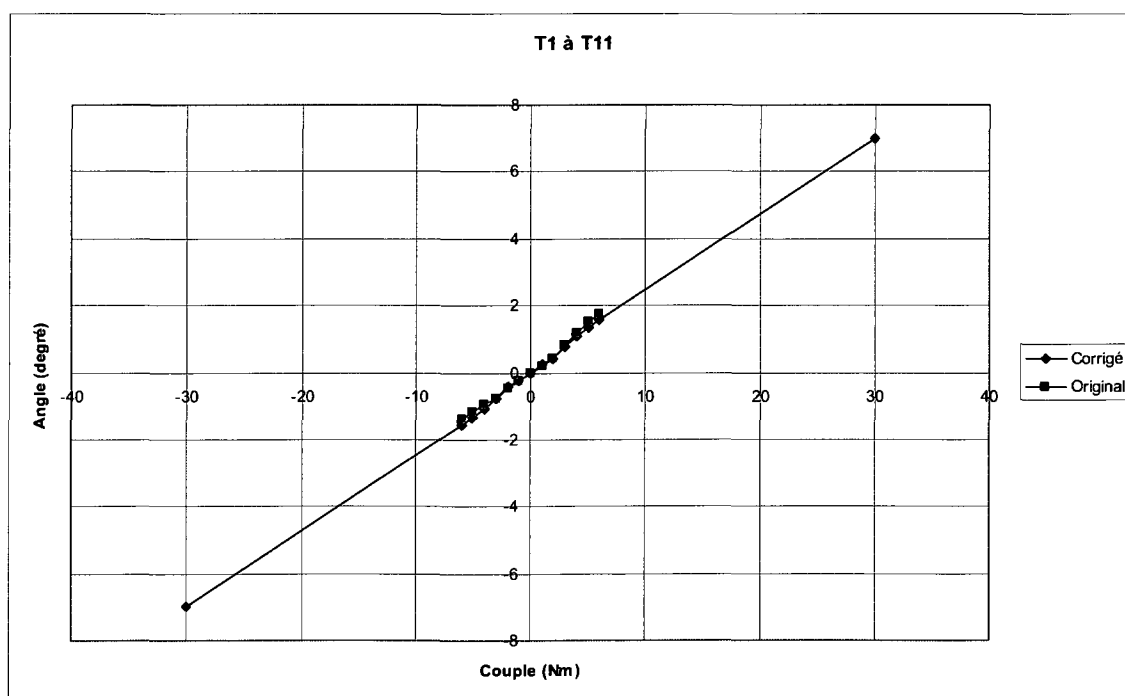


Figure B-15 Courbe expérimentale en torsion T1-T11

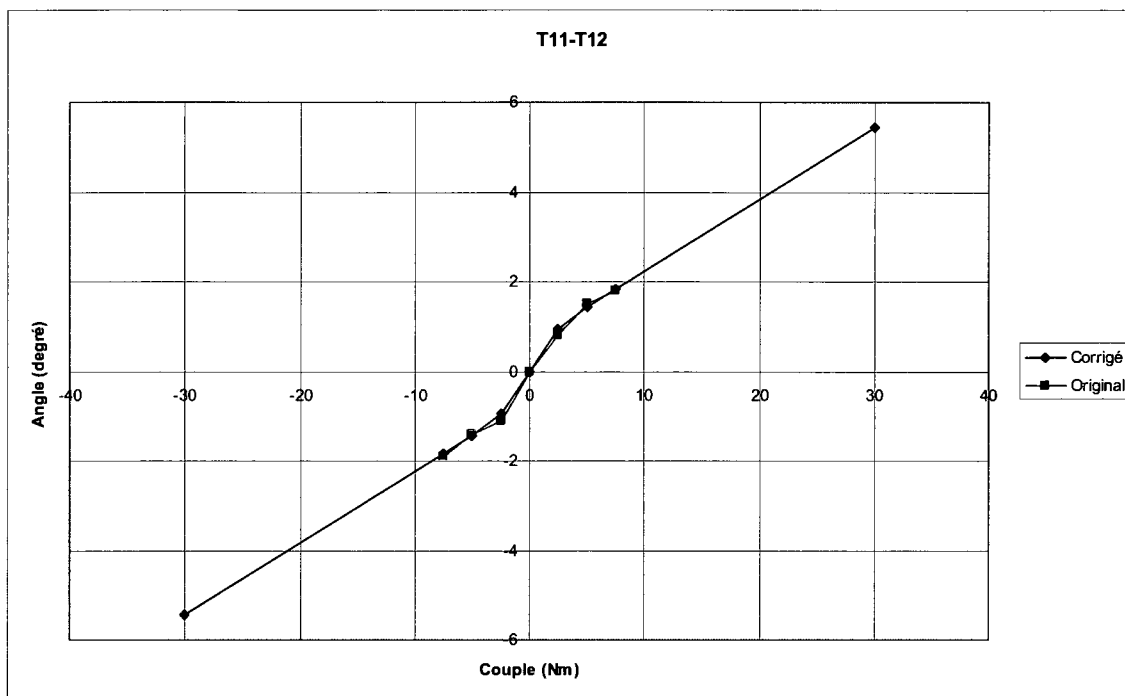


Figure B-16 Courbe expérimentale en torsion T11-T12

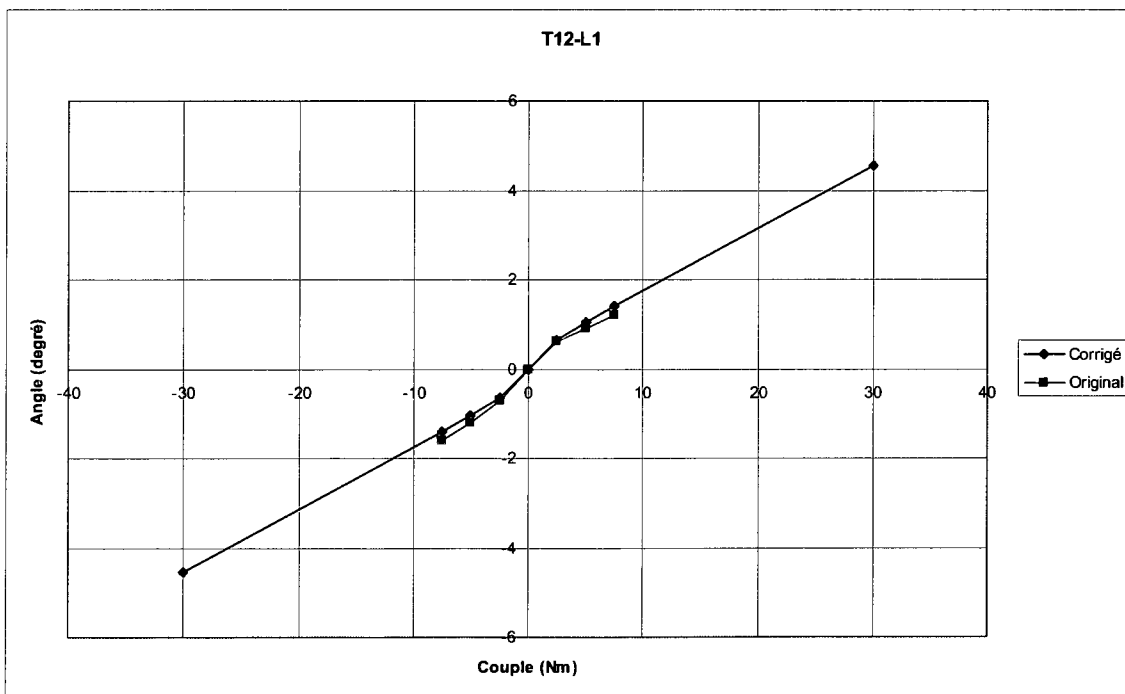


Figure B-17 Courbe expérimentale en torsion T12-L1

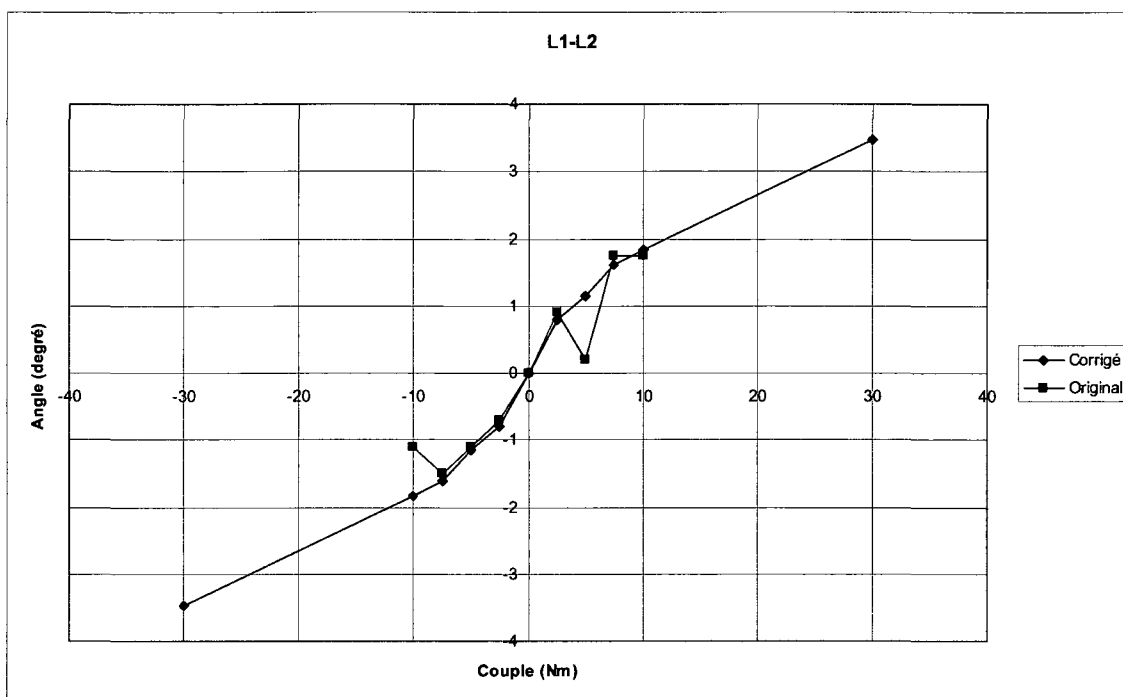


Figure B-18 Courbe expérimentale en torsion L1-L2

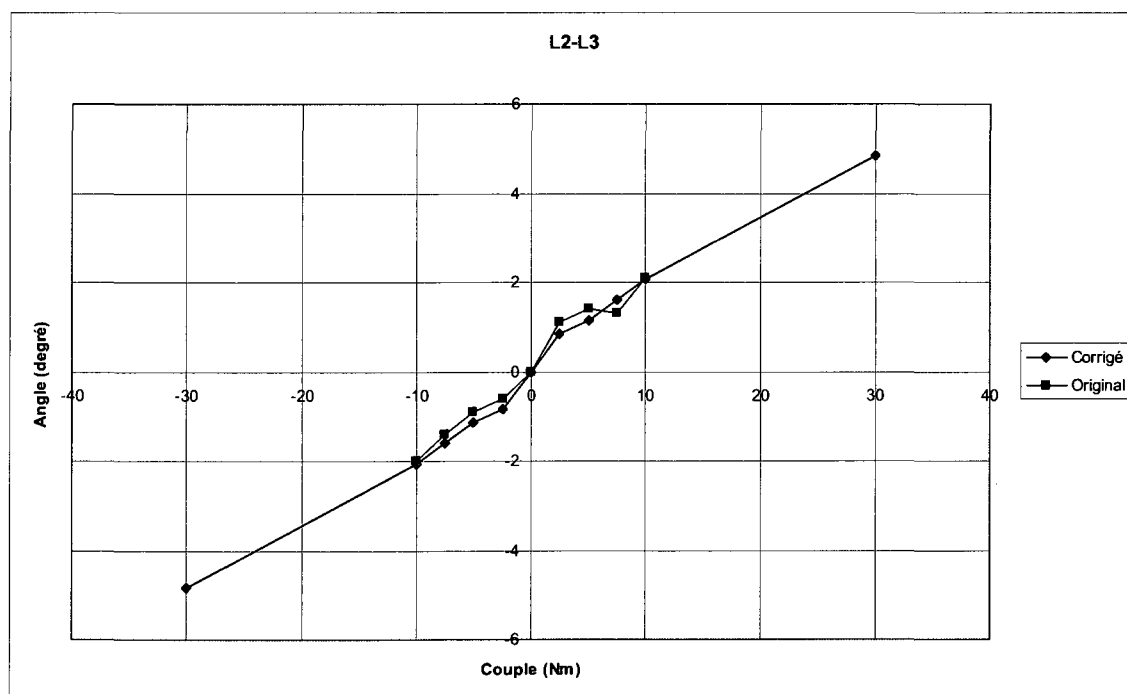


Figure B-19 Courbe expérimentale en torsion L2-L3

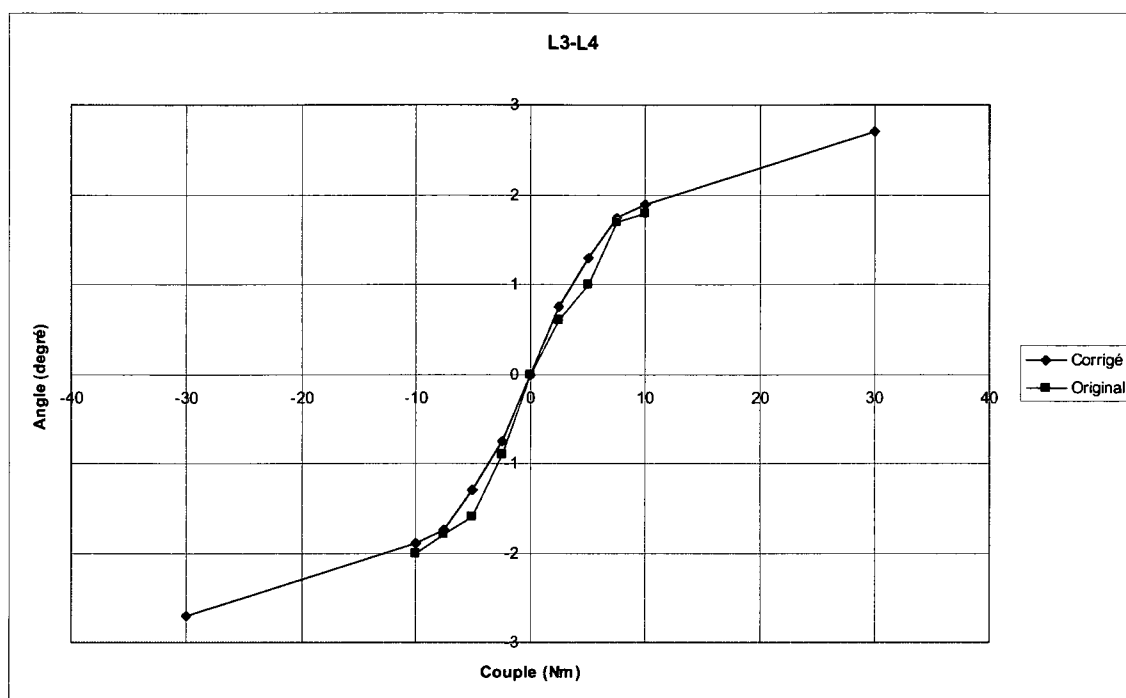


Figure B-20 Courbe expérimentale en torsion L3-L4

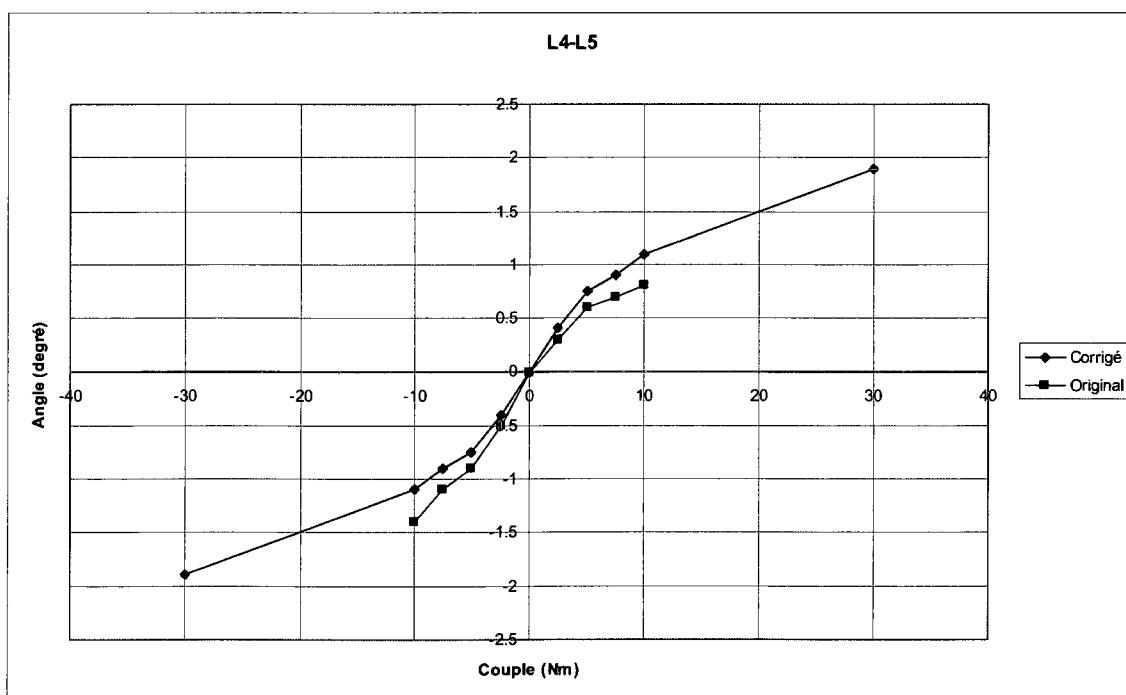


Figure B-21 Courbe expérimentale en torsion L4-L5